

УДК 004:[678.027.3]

П.Ф. ЗОЗУЛЯ, О.С. ПОЛИЩУК

Хмельницький національний університет

В.П. МІСЯЦЬ

Київський національний університет технологій та дизайну

## МАТЕМАТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ШНЕКОВОГО ОБЛАДНАННЯ ДЛЯ ПЕРЕРОБКИ ПОЛІМЕРІВ В ЛЕГКІЙ ПРОМИСЛОВОСТІ

*В даній роботі, як об'єкт математичного моделювання проаналізовано екструдер для переробки термопластичних матеріалів в легкій промисловості. Під час роботи екструдер розглядався як об'єкт, який складається з таких елементів: корпусу, шнека, повітряного прошарку між шнеком і корпусом.*

*Розглянуті питання аналітичного дослідження процесу переміщення матеріалів в каналі шнеку, та вплив на полімерні гранули різних сил тертя, які впливають на плавність проходження етапів переробки та визначення оптимальних розмірів шнекового обладнання. Також на основі схем із зображенням розміщення сил, які діють під час роботи на переробний матеріал побудована математична модель, яка дає змогу визначити швидкість обертання шнеку, кута гвинтової нарізки шнека, співвідношення геометричних розмірів шнека та інші.*

*Отримана математична модель параметрів установки та проходження термопластичних мас по каналу шнека, враховує основні фактори, які впливають на підвищення ефективності, продуктивності роботи, та визначає оптимальні розміри самого обладнання та його енергозбереження. Ця модель має універсальний характер і може бути використана в екструдерах різної геометрії. Для аналізу ефективності подальшого використання розробленої математичної моделі слід провести експериментальні дослідження її адекватності. В рамках даної роботи написано формули та рівняння, які будуть описувати геометричні параметри та режими роботи екструдера з метою їх подальшого аналізу в програмному пакеті Mathcad та Comsol Multiphysics*

*Ключові слова: екструдер, математична модель, термопластичні маси, легка промисловість.*

П.Ф. ЗОЗУЛЯ, О.С. ПОЛИЩУК

Хмельницький національний університет

В.П. МЕСЯЦ

Київський національний університет технологій та дизайну

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШНЕКОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ПЕРЕРАБОТКИ ПОЛИМЕРОВ В ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

*В данной работе, как объект математического моделирования проанализированы экструдер для переработки термопластичных материалов в легкой промышленности. Во время работы экструдер рассматривался как объект, который состоит из следующих элементов: корпуса, шнека, воздушного прослойки между шнеком и корпусом.*

*Рассмотрены вопросы аналитического исследования процесса перемещения материалов в канале шнека, и влияние на полимерные гранулы различных сил трения, которые влияют на плавность прохождения этапов переработки и определения оптимальных размеров оборудования. Также на основе схем с изображением расстановку сил, действующих во время работы на перерабатывающий материал построена математическая модель, позволяющая определить скорость вращения шнека, угла винтовой нарезки шнека, соотношение геометрических размеров шнека и другие.*

*Полученная математическая модель параметров установки и прохождения термопластичных масс по каналу шнека, которая учитывает основные факторы, влияющие на повышение эффективности, производительности работы, и определяет оптимальные размеры самого оборудования и его энергосбережения. Эта модель имеет универсальный характер и может быть использована в экструдерах различной геометрии. Для анализа эффективности дальнейшего использования разработанной математической модели следует провести экспериментальные исследования ее адекватности. В рамках данной работы написано формулы и уравнения, которые будут описывать геометрические параметры и режимы работы экструдера с целью их дальнейшего анализа в программном пакете Mathcad и Comsol Multiphysics.*

*Ключевые слова: экструдер, математическая модель, термопластичные массы, легкая промышленность.*

P.F. ZOZULIA, O.S. POLISHCHUK

Khmelnitsky National University

V.P. MISIATS

Kiev National University of Technology and Design

## MATHEMATICAL DETERMINATION OF GEOMETRIC PARAMETERS OF MECHANICAL EQUIPMENT FOR PROCESSING POLYMERS IN THE LIGHT INDUSTRY

*In this paper, as an object of mathematical modeling, an extruder for the processing of thermoplastic materials in light industry has been analyzed. During operation, the extruder was considered as an object consisting of the following elements: the body, the screw, the air layer between the screw and the body.*

*The questions of the analytical study of the process of moving materials in the screw channel are considered, and the influence on the polymeric granules of various frictional forces that affect the smoothness of the passage of the processing stages and the determination of the optimal size of screw equipment. Also, based on the diagrams depicting the positioning of forces acting on the processing material, a mathematical model was developed that allows determining the speed of the screw, the screw angle, the ratio of the geometric dimensions of the screw, and others.*

*The mathematical model of parameters of installation and passing of thermoplastic masses on the screw channel is taken, which takes into account the main factors that influence the increase of efficiency, productivity of work, and determines the optimal dimensions of the equipment itself and its energy saving. This model is universal and can be used in extruders of different geometry. To analyze the efficiency of further use of the developed mathematical model, one should conduct experimental studies of its adequacy. Within the framework of this work, formulas and equations are described which will describe the geometrical parameters and operating modes of the extruder for their further analysis in the software package Mathcad and Comsol Multiphysics*

*Keywords: extruder, mathematical model, thermoplastic masses, light industry.*

### Постановка проблеми

Сучасні тенденції розвитку періодично вражають новинами про те, як на 3D-принтері надрукували людський орган, одяг, зброю, дім, автомобіль. Потенціал розвитку даних технологій дійсно високий і здатний на порядок прискорити розвиток наукового-технічного прогресу. Наукові лабораторії з використанням розроблених нових філаментів та 3D-принтерів створюють різні деталі та вироби в галузевому машинобудуванні, легкій, взуттєвій промисловості та інших [1]. Але з таким стрибком розробки надсучасних полімерів, постає питання їхньої переробки з не менш якісними властивостями.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

В умовах впровадження обладнання для переробки термопластичних мас, важливо щоб обладнання, а саме його геометричні параметри відповідали сучасним темпам розвитку. Більшість обладнання є застарілим і тому не в змозі якісно переробити сучасні філаменти із специфічними властивостями, які застосовуються у легкій, взуттєвій промисловості та інших галузях [2]. Такими філаментами є: Elasthan, PLC, HIPS, PC, Filaflex, TPU, Primalloy, PEEK, Carbon Fiber, ABS-conductive та інші [3]. Продуктивність, ефективність процесу та мінімальні енерговитрати у процесі переробки полімерів, є можливим лише за рахунок правильних методів розрахунку та оптимально підібраних параметрів установки для переробки різних полімерів із специфічними властивостями методом екструзії, що розглянуті у роботах [2,4]. Тому оптимальна математична модель дасть змогу оцінити міцність установки в роботі, плавність руху полімерів у каналах шнеку, також допоможе визначити чи буде екструдер працювати в різних режимах робочої характеристики.

В рамках даної роботи написано формули та рівняння, які будуть описувати геометричні параметри та режими роботи екструдера з метою їх подальшого аналізу в програмному пакеті Mathcad та Comsol Multiphysics.

### Формулювання мети дослідження

Мета статті – математичне моделювання геометричних параметрів екструдера для подальшої переробки полімерів із специфічними властивостями в легкій промисловості

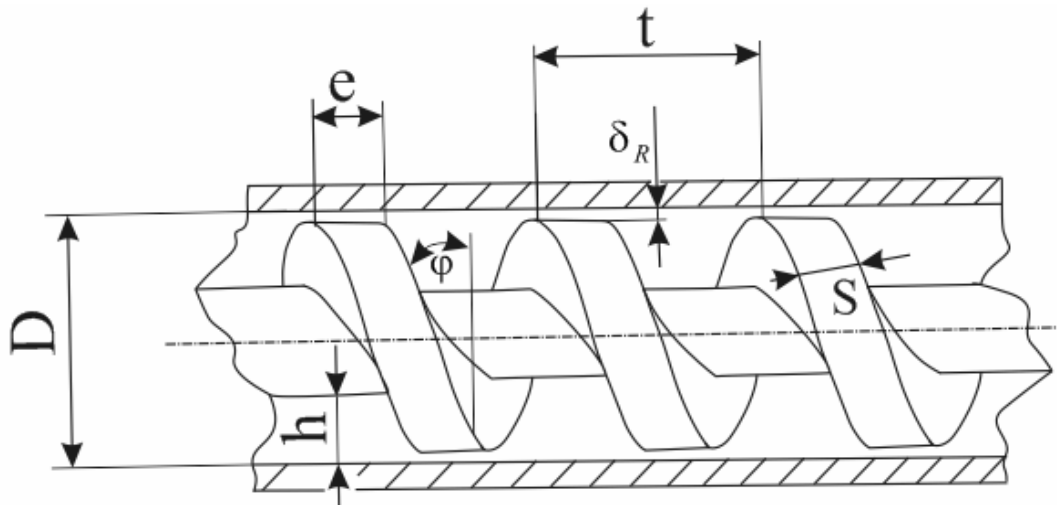
### Викладення основного матеріалу дослідження

Основні геометричні параметри шнека показані на рис. 1.

Взаємний рух циліндра, матеріалу і шнека розглядатимемо в оберненому русі на розгортці каналу на площину (рис. 2).

Циліндр рухається щодо нерухомого каналу з круговою швидкістю  $V$ . Матеріал рухається вздовж по каналу зі швидкістю  $V_M$ . Вектор відносної швидкості ковзання циліндра за матеріалом  $V_{ц/м}$  направлений під кутом  $\alpha$  повздовж осі каналу  $Z$ .

У матеріалі, що ущільнюється, розвивається тиск, що зростає у напрямі його руху. Під дією цього тиску на поверхнях матеріалу виникають сили тертя.



**Рис. 1.** Позначення геометричних параметрів шнека:  $D$  – діаметр гвинтового каналу;  $e$  – осьова товщина стінки;  $S$  – нормальна товщина стінки шнекового каналу;  $h$  – глибина гвинтового каналу;  $t$  – крок гвинтового каналу;  $\delta_R$  - радіальний зазор між внутрішнім діаметром корпуса і зовнішнім діаметром гребня гвинтової нарізки шнека;  $\varphi$  - кут підйому гвинтової нарізки черв'яка

Складемо рівняння балансу сил, що діють на виділений елемент матеріалу розмірами  $B$ ,  $H$  і  $dz$  у напрямі осі  $z$  (рис. 2). Прийmemo наступні початкові положення:

- дотичні напруження на поверхнях тертя пропорційні коефіцієнту тертя  $f$  і нормальній напрузі на цих поверхнях;
- напрямі дотичних напружень на поверхнях співпадають з напрямом відповідних швидкостей ковзання;
- нормальне напруження, що розвивається у напрямі відносних зсувів частинок матеріалу при його ущільненні (в даному випадку напруга  $\sigma_{zz}$  уздовж каналу), більше напружень  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{yy}$  в двох інших взаємно перпендикулярних напрямках і пов'язано з ними коефіцієнтом бічного тиску  $k$  :

$$\sigma_{xx} = k \cdot \sigma_{zz}; \quad \sigma_{yy} = k \cdot \sigma_{zz}; \quad (1)$$

- змінення всіх напружень у напрямі  $X$  практично відсутні, проте в напрямі  $Y$  унаслідок кривизни каналу їх розподіл неоднорідний, так що напруження на нижній і верхній поверхнях виділеного елемента істотно різні.

Рівняння проєкцій сил, що діють на елемент у напрямі  $Z$ , має вигляд:

$$F_{\sigma_1} + F_{\sigma_2} \cdot \cos \alpha - F_{\sigma_2} - F_d - 2F_b = 0; \quad (2)$$

де  $F_{\sigma_1}$  і  $F_{\sigma_2}$  - сили від нормальних напружень  $\sigma_{zz}$  що діють в поперечних перетинах каналу;  $F_{\sigma_1}$  - сила тертя стінки циліндра об матеріал;  $F_d$  і  $F_b$  - сили тертя дна і бічних поверхонь каналу об матеріал відповідно.

Ці сили мають наступні вирази:

$$F_{\sigma_1} = \tilde{\sigma}_{zz} \cdot B \cdot H; \quad F_{\sigma_2} = (\tilde{\sigma}_{zz} + d\tilde{\sigma}_{zz}) \cdot B \cdot H; \quad F_{\sigma_1} = \sigma_{yy(y=0)} \cdot f \cdot B \cdot dz; \quad (3)$$

$$F_d = \sigma_{yy(y=H)} \cdot f \cdot B \cdot \left(\frac{R_c}{R}\right) dz; \quad F_b = \tilde{\sigma}_{xx} \cdot f \cdot H \cdot 0,5 \left(1 + \frac{R_c}{R}\right) dz. \quad (4)$$

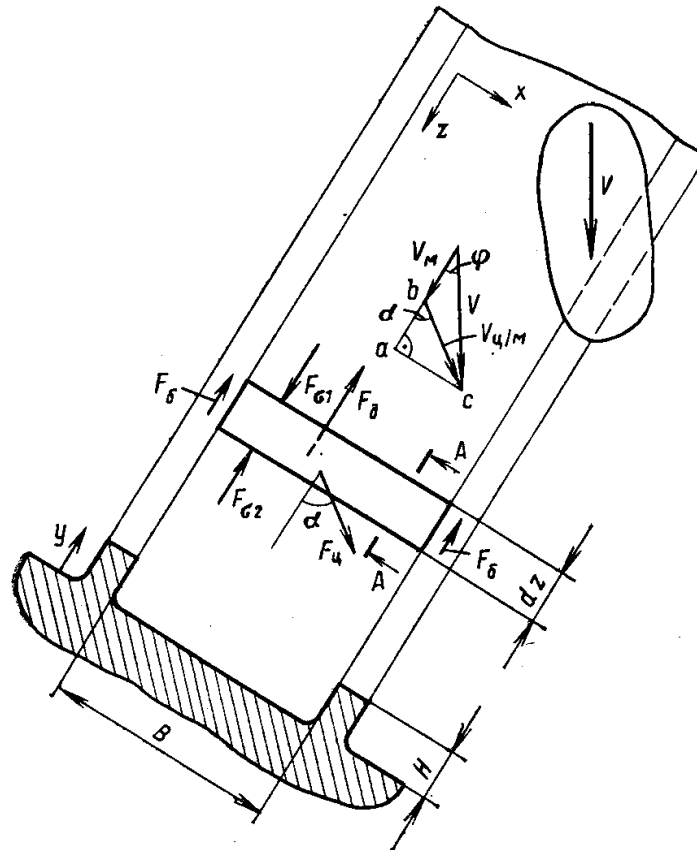


Рис. 2. Схема дії сил на матеріал в зоні живлення

Унаслідок відміченої неоднорідності напружень в напрямі  $y$  вирази для  $F_{\sigma 1}$ ,  $F_{\sigma 2}$  і  $F_B$  входять середньоінтегральні по висоті каналу значення  $\bar{\sigma}_{zz}$  і  $\bar{\sigma}_{xx}$ :

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{1}{H} \int_0^H \sigma_{zz}(y) \cdot dy; \quad \bar{\sigma}_{xx} = \frac{1}{H} \int_0^H \sigma_{xx}(y) \cdot dy. \quad (5)$$

Співмножники  $\frac{R_c}{R}$  і  $0,5 \left(1 + \frac{R_c}{R}\right)$  у виразах для  $F_d$  і  $F_B$  враховують нерівність площ нижньої і верхньої поверхонь елемента унаслідок кривизни каналу. Тут  $R$  і  $R_c$  радіуси гребеня і сердечника шнека відповідно.

Виражаючи  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{yy}$  відповідно до (1), вводячи (3) в (2) і ділячи кожен доданок на добуток  $B \cdot H \cdot dz$  отримуємо наступний вираз балансу сил:

$$-\frac{d\bar{\sigma}_{zz}}{dz} + \frac{f \cdot k}{H} \left[ \sigma_{zz(y=0)} \cdot \cos\alpha - \sigma_{zz(y=H)} \cdot \frac{R_c}{R} - \sigma_{zz} \frac{H}{B} \cdot \left(1 + \frac{R_c}{R}\right) \right] = 0. \quad (6)$$

Взаємозв'язок між  $\bar{\sigma}_{zz}$ ,  $\sigma_{zz(y=H)}$  і  $\sigma_{zz(y=0)}$  встановимо, розглянувши силову рівновагу елемента матеріалу Б (рис. 3), виділеного з каналу так, як це показано в перетині А-А (рис. 2). Сам перетин А-А показаний на рис. 3. В цілях простоти міркувань введемо кутову координату  $\theta$  і радіальну  $r$ , пам'ятаючи, що напрямі  $\theta$  і  $z$  при малих значеннях кута  $\varphi$  практично співпадають, а напрямі  $y$  і  $r$  протилежні [2].

На рис. 3 показані тільки ті діючі на елемент напруження, проекції яких на вісь  $r$  (або  $y$ ) не рівні нулю. Сума проекцій сил, що діють на елемент, на напрям  $r$  рівна:

$$\sigma_{yy} r d\theta - (\sigma_{yy} + d\sigma_{yy})(r + dr) d\theta + (2\sigma_{zz} + d\sigma_{zz}) dr \cdot \text{tg} \left( \frac{d\theta}{2} \right) = 0. \quad (7)$$

У цьому виразі через малість кута  $d\theta$  правомірно наступне наближення:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{d\theta}{2}\right) \approx 0,5d\theta. \quad (8)$$

Ввівши в (7) співвідношення між  $\sigma_{yy}$  і  $\sigma_{zz}$  згідно (1), розкривши дужки і відкинувши доданки малого в порівнянні з іншими порядку, отримуємо після ділення кожного доданку на  $r \cdot dr \cdot d\theta$  наступне рівняння:

$$\sigma_{zz}(1-k)\frac{1}{r} - k\frac{d\sigma_{zz}}{dr} = 0. \quad (9)$$

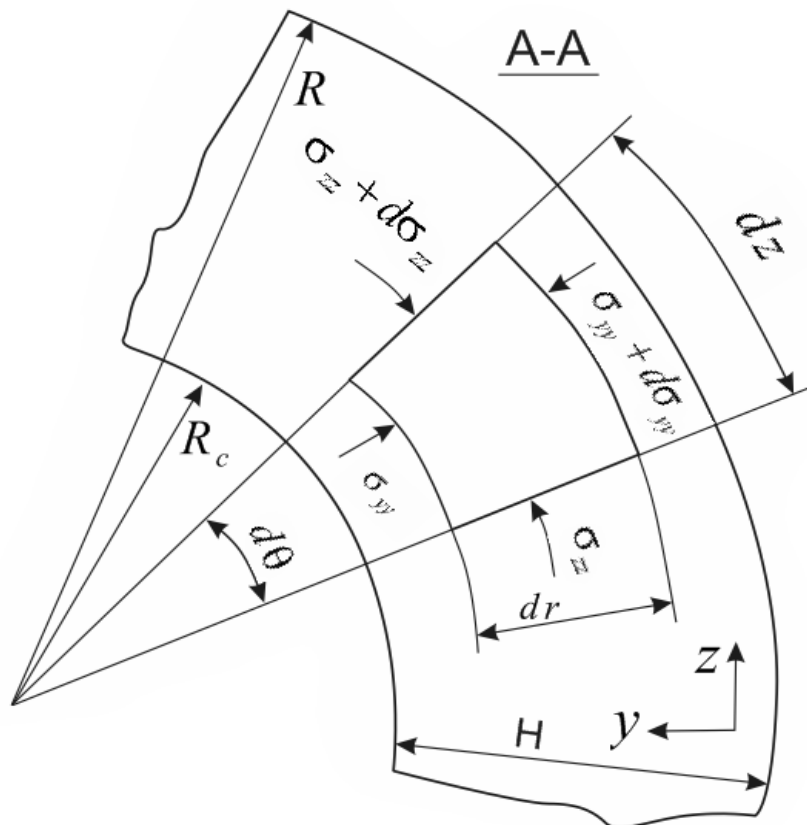


Рис. 3. Вид перетину А-А (див. рис. 2). Пояснення в тексті

Розділяючи змінні  $\sigma_{zz}$  і  $r$  підставляючи його в граничні умови:

$$\sigma_{zz(r=R)} = \sigma_{zz(y=0)}; \sigma_{zz(r=r)} = \sigma_{zz(r)}, \quad (10)$$

отримуємо вираз для розподілу  $\sigma_{zz}$  по висоті каналу:

$$\sigma_{zz(r)} = \sigma_{zz(y=0)} \left(\frac{r}{R}\right)^{\left(\frac{1}{k}-1\right)}. \quad (11)$$

Відповідно до визначення, вираз в перетині величини  $\tilde{\sigma}_{zz}$  має вигляд:

$$\tilde{\sigma}_{zz} = \frac{1}{R - R_c} \int_{R_c}^R \sigma_{zz}(r) dr. \quad (12)$$

Вводячи (11) в (12), отримуємо шуканий взаємозв'язок між  $\sigma_{zz(y=0)}$  і  $\tilde{\sigma}_{zz}$ :

$$\sigma_{zz(y=H)} = \tilde{\sigma}_{zz} \frac{1 - \bar{R}_C}{k} \left( 1 - \bar{R}_C^{\frac{1}{k}} \right)^{-1}, \quad (13)$$

де  $\bar{R}_C = R_C / R$ .

Подібний же вираз для  $\sigma_{zz(y=H)}$  отримуємо, ввівши (12) у (13) і поклавши в нім  $r = R_C$ :

$$\sigma_{zz(y=H)} = \tilde{\sigma}_{zz} \frac{1 - \bar{R}_C}{k} \left( 1 - \bar{R}_C^{\frac{1}{k}} \right)^{-1} \bar{R}_C^{\left(\frac{1}{k}-1\right)}. \quad (14)$$

Замінюючи в (6) величини  $\sigma_{zz(y=0)}$  і  $\sigma_{zz(y=H)}$  їх виразами (13) і (14), отримуємо диференціальне рівняння, що описує розподіл  $\sigma_{yy}$  по довжині каналу  $Z$ :

$$\frac{f \cdot F_\alpha}{H} \tilde{\sigma}_{zz} = \frac{d\tilde{\sigma}_{zz}}{dz}, \quad (15)$$

де

$$F_\alpha = \frac{1 - \bar{R}_C}{1 - \bar{R}_C^{1/k}} \cos \alpha - \frac{1 - \bar{R}_C}{1 - \bar{R}_C^{1/k}} \bar{R}_C^{1/k} - k \frac{H}{B} (1 + \bar{R}_C). \quad (16)$$

Інтегрування (15) за умови  $\tilde{\sigma}_{zz(z=0)} = \sigma_0$  дає функцію  $\tilde{\sigma}_{zz}(z)$ :

$$\tilde{\sigma}_{zz}(z) = \sigma_0 \cdot \exp\left(\frac{f \cdot F_\alpha \cdot z}{H}\right). \quad (17)$$

Величину  $\sigma_0$  на вході в зону живлення можна приймати рівною вазі стовпа матеріалу заввишки  $h$  одиничної площі:

$$\sigma_0 = \rho \cdot g \cdot h, \quad (18)$$

де  $\rho$  - густина матеріалу в бункері циліндра;  $g$  - прискорення вільного падіння.

При умові якщо відома величина  $\sigma_\kappa$ , яка рівна тиску на виході з пресу, то з (16) отримуємо вираз для визначення параметра  $F_\alpha$ :

$$F_\alpha = \left( \ln \frac{\sigma_\kappa}{\sigma_0} \right) \frac{H}{Z \cdot f}, \quad (19)$$

де  $Z = \frac{L}{\sin \varphi}$  (тут  $L$  - довжина пристрою, зміряна уздовж осі шнека).

Параметр  $F_\alpha$  як видно з (16), пов'язаний з кутом транспортування  $\alpha$ , що визначає продуктивність пристрою.

Продуктивність зони живлення

Для визначення об'ємної продуктивності  $Q$  використаємо формулу:

$$Q = V_M \cdot B \cdot H. \quad (20)$$

Взаємозв'язок між  $V_M$  і кутом транспортування  $\alpha$  визначена наступним тригонометричним співвідношенням для трикутника  $abc$  векторної діаграми на рис. 2:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{ab}{bc}; \quad ab = V \cos \varphi - V_M; \quad bc = V \sin \varphi. \quad (21)$$

Вирішуючи (21) відносно  $V_M$  і вводячи його в (20), отримуємо:

$$Q = B \cdot H \cdot V (\cos \varphi - \sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha). \quad (22)$$

Таким чином, продуктивність знижується із зменшенням кута транспортування  $\alpha$ , стаючи рівною нулю при  $\alpha = \varphi$ , що також зрозуміло з векторної діаграми на рис. 2.

Кут транспортування  $\alpha$  може бути обчислений за формулами (16) і (17), якщо відомі величини  $\sigma_0$  і  $\sigma_k$ . Може бути вирішена і зворотна задача: визначення тиску, який буде розвиватись на виході із зони живлення, якщо відома продуктивність  $Q$ . Таким чином, формули (16), (17) і (22) визначають напірно-розхідну характеристику пристрою [1].

Інтегрування рівняння (16), в результаті якого отриманий вираз (17), виконано за умови незалежності  $\alpha$  від  $z$ . Реально ж ця залежність існує. Підлягаючи все більшому тиску при русі в каналі, матеріал ущільнюється і зменшується в об'ємі. Масова витрата  $G$  в будь-якому перетині каналу постійна:

$$G = \rho \cdot V_M \cdot B \cdot H \sqrt{b^2 - 4ac}. \quad (23)$$

Тому якщо густина  $\rho$  зростає у напрямі  $z$ , то швидкість руху  $V_M$  і, отже,  $\alpha$  повинні зменшуватися в цьому напрямі.

Точне рішення задачі про силовий баланс для матеріалу, що стискається, достатньо складне. Наближений розрахунок в цьому випадку можливий, якщо обчислене по (16), (21) значення  $\alpha$  перед введенням його в (22) коректується по графіку, приведеному на рис. 4.

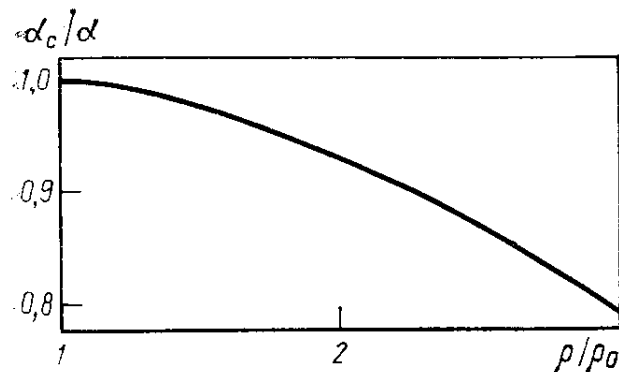


Рис. 4. Вид функції  $\frac{\alpha_c}{\alpha} = f\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$

На даному графіку приведена залежність відношення кутів транспортування в кінці зони живлення для стисненого  $\alpha_c$  і нестисненого  $\alpha$  матеріалів від відношення густини на виході із пристрою  $\rho$  і на вході в неї  $\rho_0$  для шнеку з кутом нарізки  $\varphi = 17^\circ$ .

Потужність, що витрачається на транспортування матеріалу.

Потужність  $W$ , що підводиться до шнеку екструдера для його обертання, витрачається, по-перше, на створення тиску на виході із пристрою, по-друге, перетворюється на тепло на поверхнях тертя. Перша складова незначна у порівнянні із загальною потужністю, у зв'язку з чим нею можна нехтувати.

Вираз для диференціально малої потужності, що витрачається на подолання сил тертя при русі по каналу показаного на рис. 1 елемента матеріалу, має вигляд:

$$dW = F_{ц} \cdot V_{ц/М} + 2F_B V_M + F_D V_M. \quad (24)$$

Величина  $V_{ц/М}$  визначається з векторної діаграми на рис. 3:

$$V_{ц/м} = V \left( \frac{\sin \varphi}{\cos \alpha} \right). \tag{25}$$

Отримавши вирази для  $F_{ц}$ ,  $F_B$  і  $F_d$  так само, як і в попередньому розділі, і використовуючи вирази (25) і (21) для  $V_{ц/м}$  і  $V_M$  відповідно, приводимо (24) до наступного вигляду:

$$dW = V \cdot k \cdot f \cdot B \cdot P_{\alpha} \cdot \tilde{\sigma}_{zz}(z) dz, \tag{26}$$

де

$$P_{\alpha} = \frac{1 - \bar{R}_C}{(1 - \bar{R}_C^{1/k}) \cdot k} \frac{\sin \varphi}{\cos \alpha} + \left[ \frac{H}{B} (1 + \bar{R}_C) + \frac{1 - \bar{R}_C}{(1 - \bar{R}_C^{1/k}) \cdot k} \bar{R}_C^{1/k} \right] (\cos \varphi - \sin \varphi \cdot \text{ctg} \alpha). \tag{27}$$

Вводячи в (26) вираз (17) для розподілу  $\tilde{\sigma}_{zz}$  по довжині каналу і виконуючи інтегрування по  $Z$  від 0 до  $Z = \frac{L}{\cos \varphi}$ , отримуємо формулу для розрахунку потужності приводу шнека:

$$W = \sigma_0 \cdot V \cdot k \cdot B \cdot H \frac{P_{\alpha}}{F_{\alpha}} \cdot \left[ \exp \left( f \frac{F_{\alpha} \cdot L}{H \cdot \sin \varphi} - 1 \right) \right]. \tag{28}$$

Тиск в каналі шнеку і, отже, споживана потужність інтенсивно зростають із зменшенням продуктивності і досягають максимуму при рівності продуктивності нулю, тобто коли кут транспортування  $\alpha$  а стає рівним куту нарізки шнека  $\varphi$ . (див. векторну діаграму на рис. 2). Таким чином, максимально можлива споживана потужність може бути розрахована по формулі (28) [з використанням (19) і (22)] за умови  $\alpha = \varphi$ .

Для аналізу математичної моделі використовуємо середовище Mathcad або Comsol Multiphysics.

Проведемо аналіз залежності тиску, що створюється на виході з пресу при його нульовій продуктивності від геометричних розмірів шнеку.

Для цього підставимо в формулу (17) вираз (16):

$$\tilde{\sigma}_{zz}(z) = \sigma_0 \cdot \exp \left( \frac{f \cdot \left[ \frac{1 - \bar{R}_C}{1 - \bar{R}_C^{1/k}} \cos \alpha - \frac{1 - \bar{R}_C}{1 - \bar{R}_C^{1/k}} \bar{R}_C^{1/k} - k \frac{H}{B} (1 + \bar{R}_C) \right] \cdot z}{H} \right).$$

Враховуючи співвідношення між геометричними параметрами шнека:

$H = R_{ц} - \bar{R}_C$ ;  $B = 2R \cdot \sin \varphi$  і поклавши  $\alpha = \varphi$  (нульова продуктивність при максимальному тиску на виході) побудуємо графік залежності тиску від кута гвинтової лінії шнеку  $\varphi$  і радіуса осердя  $\bar{R}_C$ .

Визначення продуктивності зони дозування

В потоці розплаву каналу виділимо елемент А безкінечно малих розмірів. На поверхнях тиск елемента, діючих в напрямку осі каналу  $z$ , показаний на рисунку 5. Проекція рівняння на вісь  $z$  має наступний вигляд:

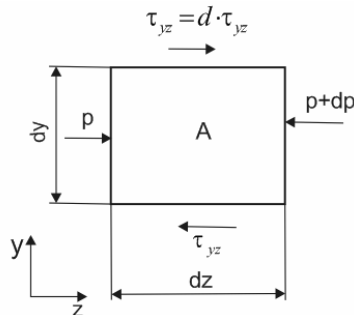


Рис. 5. Сили, які діють на частину розчину А, в напрямку осі z



$$(\tau_{yz} + d_{\tau_{yz}}) \cdot d_z d_x - \tau_{yz} \cdot d_z \cdot d_x + p \cdot d_y \cdot d_x - (p + dp) \cdot d_y \cdot d_x = 0 \quad (29)$$

Після перетворення отримуємо:  $\frac{d_p}{d_z} = \frac{d_{\tau_{yz}}}{d_y}$ .

З урахуванням зв'язку між напруженням зсуву  $\tau_{yz}$  і відповідно компонентою швидкості зсуву

$$\tau_{yz} = \eta \cdot \left( \frac{dv_z}{dy} \right) \quad (30)$$

Рівняння приймає вигляд  $\frac{d_p}{d_z} = \eta \cdot \left( \frac{d^2 v_z}{dy^2} \right)$ . (31)

В'язкість  $\eta$  залежить як від швидкості зсувного деформування  $\gamma$  так і від температури розплаву  $T$ :

$$\eta = m_0 \cdot f_1(\gamma) \cdot f_2(T), \quad (32)$$

де  $m_0$  - коефіцієнт, а  $f_1(\gamma) = \gamma^{n-1}$ ;

$$f_2(T) = \exp \left[ E / (R \cdot T) \right]. \quad (32a)$$

Як  $\gamma$ , так і  $T$ , не постійні по висоті каналу  $H$ . Однак внаслідок перемішування розплаву в поперечному перерізі каналі за рахунок циркуляційного потоку, неоднорідність температури розплаву в перерізі відносно невелика. В зв'язку з цим в подальшому можна прийняти, що  $T$  постійна в напрямках  $y$  та  $x$ , але змінюється лише в напрямку  $z$ , так як розплав по мірі просування по каналу прогрівається. Величина  $\gamma(y)$  також постійна і рівна в перерізі

$$\gamma \approx \frac{V}{H}. \quad (33)$$

Виконуючи інтегрування двічі по  $y$  при граничних умовах:

$$v_z \Big|_{y=H} = V_z; \quad v_z \Big|_{y=0} = 0. \quad (34)$$

А також при врахуванні прийнятих наближень, отримуємо вираз, який описує швидкості в напрямку  $z$ :

$$v_z(y) = V_z \frac{y}{H} - \frac{H^2}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{dp}{dz} \cdot \left[ \frac{y}{H} - \left( \frac{y}{H} \right)^2 \right]. \quad (35)$$

Вираз для розходу  $Q$  отримуємо, інтегруючи формулу по всьому поперечному перерізі каналу:

$$Q = B \cdot \int_0^H v_z(y) dy = \frac{V_z}{2} \cdot B \cdot H \cdot F_g - \frac{BH^3}{12\eta} \cdot \frac{dp}{dz} \cdot F_p, \quad (36)$$

де  $F_p, F_g$  - коефіцієнти форми каналу.

В першій частині рівняння представлено собою примусовий потік, в другій зворотній потік. Розплави прилипають до стінок каналу, так само як і до дна. По цій причині як вимушений так і зворотній потоки менше чим отриманні інтегруванням. Цей факт врахований у виразі для розрахунку розходу  $Q$  і введено поправочні коефіцієнти  $F_p, F_g$ , дані значення менше одиниці і зменшуються з ростом глибини каналу  $H/V$ , тобто зі зростанням впливу бокових стінок (рисунок 6).

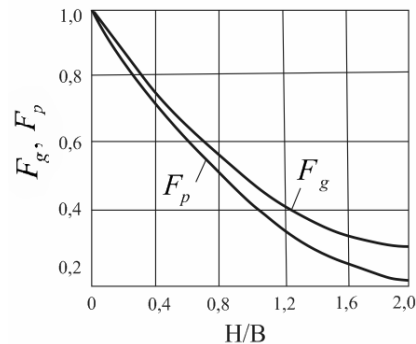


Рис. 6. Залежність коефіцієнтів форми каналу шнека  $F_p, F_g$  від його глибини  $H/V$  [2]

#### Висновки

На основі схем із зображенням розміщення сил, які діють під час роботи на переробний матеріал, корпус і шнек, побудована математична модель, яка дасть змогу визначити оптимальні параметри шнекового обладнання, а саме: швидкість обертання шнеку, кута гвинтової нарізки шнека, співвідношення геометричних розмірів шнека, коефіцієнтів тертя полімерів об стінки циліндра і шнека, розхід матеріалу та його в'язкість.

Дана математична модель має універсальний характер і може бути використана для розрахунку параметрів екструдерів різної геометрії і подальшої переробки різних специфічних матеріалів. За допомогою програмного засобу Mathcad та Comsol Multiphysics може бути отриманий розв'язок представлених рівнянь, що дозволить прослідкувати роботу установки по всьому об'ємі. Остання задача і має бути предметом подальшого дослідження.

#### Список використаної літератури

1. УНІАН інформаційне агенство. - Режим доступу: <https://www.unian.ua/science/2198259-organiodyag-zbroya-i-navit-mist-pidbirka.html>
2. Басов Н.И. Расчет и конструирование оборудования для производства и переработки полимерных материалов. / Н.И. Басов, Ю.В. Казанков, В.А. Любартович -Москва, Химия, 1986. - 488 с
3. Поліщук О.С., Зозуля П.Ф., Поліщук А.О. Узагальнена класифікація філаментів для 3d-друку// Вісник Хмельницького національного університету. – 2017. - №6. - С.51-60.
4. Д.Д. Рябинин, Ю.Е. Лукач. Червячные машины для переработки пластических масс и смесей. - М.: Машиностроение, 1965. - 326с.