

ВИКОРИСТАННЯ РОЗПОДІЛУ ПУАССОНА В СИСТЕМІ УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ НА ПІДПРИЄМСТВІ

USE OF POISSON DISTRIBUTION IN QUALITY MANAGEMENT SYSTEM AT THE ENTERPRISE

У статті запропоновано підходи до використання статистичних методів в системі управління якістю на підприємстві, які забезпечують правильне збирання, кількісний аналіз інформації та якісну інтерпретацію отриманих результатів. Внаслідок дії різноманітних чинників ознака якості може набувати різних значень. Точне значення, якого може набути ознака, є невідомим і має випадковий характер під дією варіації. Набуття ознакою одних значень є частішим, ніж інших, тобто поява певних значень є ймовірнішою, ніж поява інших. Ознака, яка відповідає кількості подій на визначену одиницю, є порядковою, і вона розподіляється за законом розподілу Пуассона. Існує чотири способи визначення ймовірності настання випадкової події, розподіленої за розподілом Пуассона: за моделлю розподілу Пуассона, за статистичними стандартними таблицями розподілу Пуассона, з використанням майстра функцій в середовищі Excel та з використанням номограми Торндайка. Застосування розподілу Пуассона в практичній діяльності розглянуто на прикладі визначення ймовірності надходження заявок на обслуговування за день на комунальному підприємстві.

Ключові слова: якість, розподіл Пуассона, порядкова ознака якості, одинична ймовірність, сумарна ймовірність, номограма Торндайка.

В статтю пропонується підходи к использованию статистических методов в системе управления качеством на предпри-

ятии, которые обеспечивают правильный сбор, количественный анализ информации и качественную интерпретацию полученных результатов. Вследствие действия различных факторов признак качества может принимать различные значения. Точное значение, которое может приобрести признак, является неизвестным и носит случайный характер под действием вариации. Приобретение признаком одних значений является более частым, чем других, то есть появление определенных значений является более вероятным, чем появление других. Признак, который соответствует количеству событий на определенную единицу, является порядковым, и он распределяется по закону распределения Пуассона. Существует четыре способа определения вероятности наступления случайного события, распределенного по распределению Пуассона: по модели распределения Пуассона, по статистическим стандартным таблицам распределения Пуассона, с использованием мастера функций в среде Excel и с использованием номограммы Торндайка. Применение распределения Пуассона в практической деятельности рассмотрено на примере определения вероятности поступления заявок на обслуживание за день на коммунальном предприятии.

Ключевые слова: качество, распределение Пуассона, порядковый признак качества, единичная вероятность, суммарная вероятность, номограмма Торндайка.

УДК 65.018

DOI: <https://doi.org/10.32843/bses.58-18>

Бондаренко С.М.

к.е.н., доцент,
доцент кафедри менеджменту
та публічного адміністрування
Київський національний університет
технологій та дизайну

Bondarenko Svitlana

Kyiv National University of Technologies
and Design

World experience shows that high quality products have been achieved by enterprises and organizations that have used statistical methods of quality management. The article proposes approaches to the use of statistical methods in quality management systems in the enterprise, which provide proper collection, quantitative analysis of information, and qualitative interpretation of the results. It was found that statistical methods significantly improve financial performance and ensure effective enterprise management. In the ISO 9001: 2015 standard, the use of statistical methods in quality management systems is not required directly. This standard requires the use of methods, including statistical methods. A trait is a characteristic of an object (phenomenon) that serves to recognize and identify it and that can be represented by a number of statistical quantities. Traits can be either quantitative or qualitative. Due to the action of various factors, the quality mark can take on different meanings. The exact meaning that a trait can acquire is unknown and is random under the influence of variation. Acquisition of a trait of some values is more frequent than others, i.e. the appearance of certain values is more likely than the appearance of others. If the ordinal quality trait is analyzed, which corresponds to the number of events per defined unit, and then this trait is distributed according to Poisson's law. The ordinal trait is accounting, registration, description of the number of events per unit. Promising is the application of the Poisson distribution to ordinal quality traits. To date, there are four ways to determine the probability of a random event distributed by the Poisson distribution: by the Poisson distribution model, by statistical standard Poisson distribution tables, by using the function wizard in Excel, and by using the Thorndike nomogram. The application of the Poisson distribution in practice is considered on the example of determining the probability of receiving applications for service per day at the utility. With the help of the Poisson distribution, you can describe random effects; predict the expected results, in particular the expected number of requests for service per unit time.

Key words: quality, Poisson distribution, ordinal quality trait, unit probability, total probability, Thorndike nomogram.

Постановка проблеми. Найбільш вагомим чинником конкурентоспроможності підприємств на сучасному глобалізованому ринку є якість товарів, що випускаються, та послуг, що надаються. Світовий досвід показує, що високої якості продукції досягли підприємства та організації, які застосовували статистичні методи управління якістю. Забезпечення високої якості пропозиції виробників дає змогу оптимальним чином інтегрувати національну економіку у світове господарство, тому

тема забезпечення та підвищення якості продукції та послуг є особливо актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У вітчизняній та зарубіжній економічній літературі питання підвищення якості, розроблення та впровадження систем управління якістю, досягнення ділової досконалості вже досить повно вивчені. Найбільш відомими є праці Р. Бичківського, А. Ваймерскірх, С. Вардемана, Е. Векслера, Дж.М. Джоуба, В. Захожай, П. Калити, В. Лапідуса,

О. Момота, К. Рамперсада, С. Фомічева, А. Чорного, М. Шаповала, О. Шубенкової. У джерелах [4; 8; 10] наведено підходи до використання статистичних методів у системах управління якістю на підприємствах. Питання забезпечення високої якості та конкурентоспроможності розглядалися у працях [1; 2; 3; 5; 9]. Це свідчить про стабільний інтерес до проблем якості у зарубіжній та вітчизняній науці, що пов'язано з практичною цінністю та перспективністю цих досліджень.

Постановка завдання. Метою дослідження є розроблення методичних підходів до використання статистичних методів управління якістю на підприємстві. З огляду на мету поставлено й вирішено такі завдання: обґрунтувати доцільність застосування розподілу Пуассона в системі управління якістю на підприємстві, висвітлити методологічні основи та розробити методичні підходи до його використання у практичній діяльності підприємств.

Виклад основного матеріалу дослідження. У ринковій економіці підприємства та організації незалежно від форм власності функціонують в умовах конкуренції, за яких змушені боротися за виживання на ринку. Одним із вирішальних чинників їх ринкового успіху стає якість продукції, що випускається, та послуг, які надаються. Відповідно до міжнародного стандарту ISO 9000:2015, якість – це ступінь, до якого сукупність власних характеристик об'єкта задовольняє вимоги [6].

Потужним інструментом забезпечення високої якості продукції та послуг в системах управління якістю на підприємстві є статистичне управління якістю, яке забезпечує правильне збирання, кількісний аналіз інформації та якісне тлумачення отриманих результатів. У стандарті ISO 9001: 2015 [7] використання статистичних методів в системах управління якістю вимагається не прямо, а тільки опосередковано. У цьому стандарті має місце вимога використання методів, зокрема статистичних. Статистичні методи значно покращують фінансові показники та забезпечують ефективне управління підприємством. Зокрема, перспективним є застосування розподілу Пуассона до порядкових ознак якості. Порядковими ознаками є облік, реєстрація, опис кількості подій на визначену одиницю (часу, продукції тощо). Наприклад, кількість дзвінків за хвилину, дефектів на один виріб, заяв на обслуговування в день.

В результаті варіації невідомо, якого конкретного значення набуде ознака в окремому випадку/експерименті. Ознаки, значення яких розсіюються, розглядаються як випадкові величини або випадкові змінні. Випадкова величина – це величина, діапазон значень якої відомий, але про яку невідомо, яке саме значення вона прийме в конкретному випадку.

Взаємозв'язок між можливими значеннями випадкової величини та ймовірностями цих значень описується за допомогою розподілу, який демонструє, яким чином можливі значення випадкової величини розсіяні в певному інтервалі. В економіці найчастіше використовуються:

- розподіл Пуассона для порядкових ознак;
- біноміальний розподіл для альтернативних ознак;
- нормальний розподіл для неперервних ознак.

За допомогою статистичних методів можна описати, передбачити та спрогнозувати очікувані в майбутньому результати.

Якщо кількість подій n є досить великою, а ймовірність появи певного результату як наслідку окремої події є незначною, то ймовірність того, що випадкова величина набуде значення $x = 0, 1, 2$, визначається з використанням розподілу Пуассона з параметром μ за формулою:

$$g(x) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}, \quad (1)$$

де μ – математичне очікування кількості подій на вибірці; x – кількість подій у вибірці; n – обсяг вибірки; $g(x)$ – одинична ймовірність, або ймовірність окремого наслідку, тобто ймовірність того, що відбудеться точно x подій у вибірці.

Сума одиничних ймовірностей складає сумарну ймовірність $G(x)$ – ймовірність того, що відбудеться максимум x подій у вибірці.

$$G(x) = \sum g(x). \quad (2)$$

Дисперсія випадкової величини, розподіленої за цим законом, дорівнює середній величині [8]:

$$\sigma^2 = \mu, \quad (3)$$

де σ^2 – дисперсія.

Розподіл Пуассона не є симетричним. Параметр μ визначає форму розподілу. За невеликого математичного очікування μ розподіл Пуассона буде явно викривленим та одностороннім. Зі збільшенням значення μ розподіл буде ставати все більше симетричним, а для $\mu > 10$ практично не можна буде знайти ніякого відхилення від симетрії.

Розглянемо підходи до використання розподілу Пуассона під час прийняття управлінських рішень у системах управління якістю в такій ситуації. На комунальному підприємстві приймаються й виконуються заявки на обслуговування клієнтів. Як показує досвід, в день у середньому поступає 4 заявки. Час очікування споживачів на обслуговування їх замовлення має бути якомога меншим. Менеджер хоче знати, як часто можна очікувати надходження більше 6 замовлень за день.

У цій ситуації розглянута порядкова ознака (кількість заявок за один день). Для її характеристики використаємо закон розподілу Пуассона. Введемо умовні позначення для цієї ситуації: $\mu = 4$; $x = 6$. Визначимо величину $1 - G(6)$.

Існує чотири способи визначення ймовірності того, що в день поступить на підприємство точно, максимум та більше 6 заявок.

1) За моделлю розподілу Пуассона (за формулою (1)):

$$g(0) = \frac{4^0}{0!} 2,71^{-4} = 0,0183;$$

$$g(1) = \frac{4^1}{1!} 2,71^{-4} = 0,0733;$$

$$g(2) = \frac{4^2}{2!} 2,71^{-4} = 0,1465;$$

$$g(3) = \frac{4^3}{3!} 2,71^{-4} = 0,1954;$$

$$g(4) = \frac{4^4}{4!} 2,71^{-4} = 0,1954;$$

$$g(5) = \frac{4^5}{5!} 2,71^{-4} = 0,1563;$$

$$g(6) = \frac{4^6}{6!} 2,71^{-4} = 0,1042.$$

$$G(6) = \sum g(6);$$

$$G(6) = 0,0183 + 0,0733 + 0,1465 + 0,1954 + 0,1954 + 0,1563 + 0,1042 = 0,8893.$$

Розподіл імовірностей для $\mu = 4$; $x = 6$ наведено на рис. 1.

Дисперсія величини, яка має закон розподілу Пуассона, визначається за формулою (2):

$$\sigma^2 = 4.$$

2) За статистичними стандартними таблицями розподілу Пуассона.

3) З використанням майстра функцій у середовищі Excel (рис. 2). Цей спосіб вважається офісним варіантом визначення ймовірності.

$$g(6) = 0,1042;$$

Таблиця 1

Статистичні таблиці розподілу Пуассона для $\mu = 4$

x	$\mu = 4$	
	g(x)	G(x)
0	0,0183	0,0183
1	0,0733	0,0916
2	0,1465	0,2381
3	0,1954	0,4335
4	0,1954	0,6288
5	0,1563	0,7851
6	0,1042	0,8893
7	0,0595	0,9489
8	0,0298	0,9786
9	0,0132	0,9919
10	0,0053	0,9972
11	0,0019	0,9991
12	0,0006	0,9997
13	0,0002	0,9999
14	0,0001	

Джерело [10]

$$G(6) = 0,8893;$$

$$1 - G(6) = 1 - 0,8893 = 0,1107.$$

4) З використанням номограми Торндайка (рис. 3). Номограма Торндайка – це графічна таблиця розподілу Пуассона [10]. Вона дає змогу при заданих значеннях μ та x знаходити відповідні значення сумарної імовірності $G(x)$. Цей спосіб вважається цеховим варіантом визначення ймовірності.

Результати визначення ймовірності, отримані за кожним методом, збіглися. Ймовірність того, що за день поступить точно 6 заявок на обслуговування, складає 0,1042, тобто 10,42%. Імовірність того,

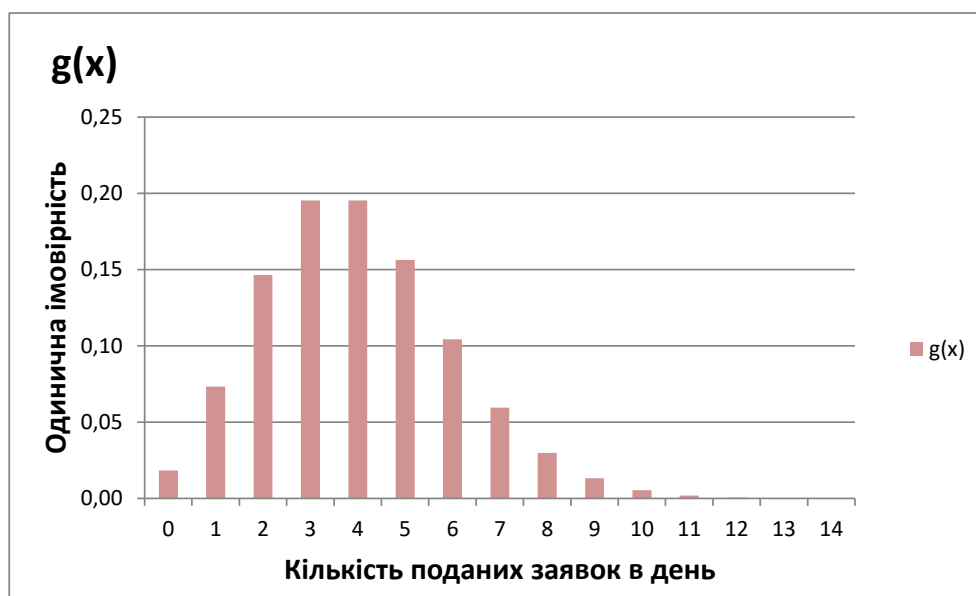


Рис. 1. Розподіл імовірностей надходження заявок в день для $\mu = 4$; $x = 6$

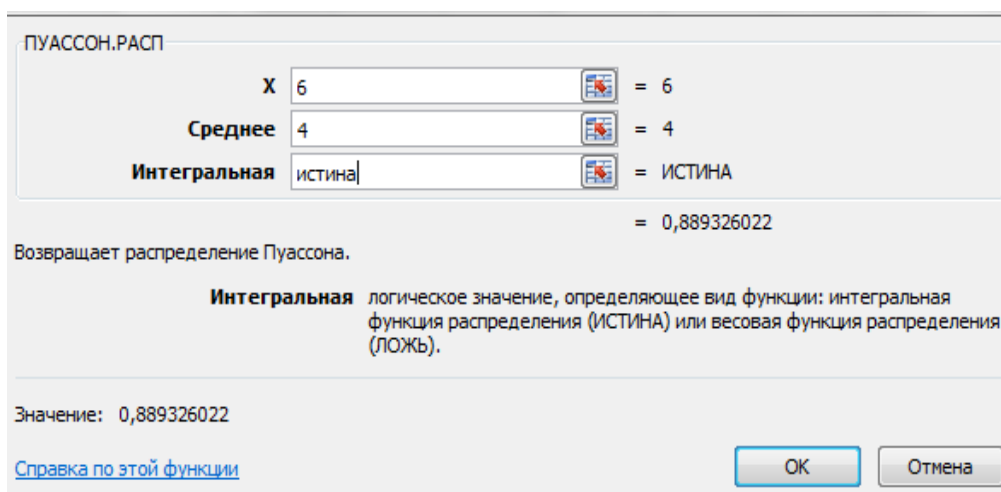


Рис. 2. Визначення ймовірності надходження заявок в день

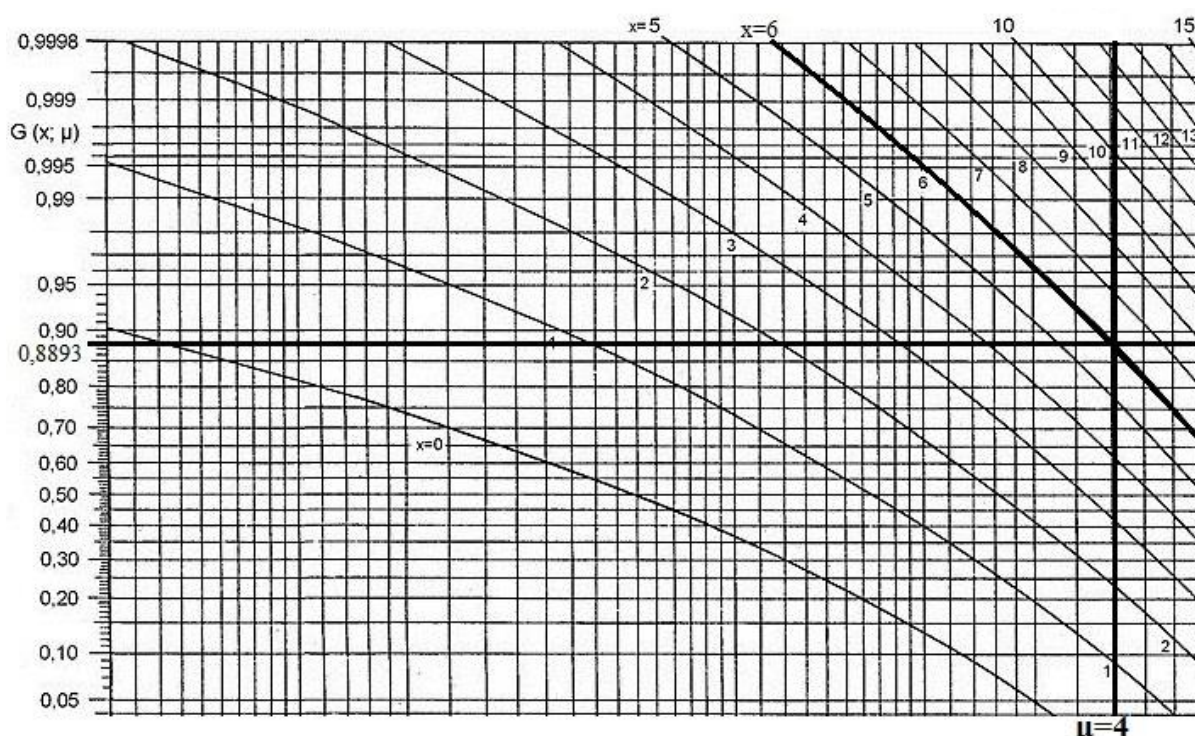


Рис. 3. Номограма Торндайка

що поступить максимум 6 заявок в день, дорівнює 0,8893, або 88,93%. Відповідно, ймовірність того, що поступить більше 6 заявок в день, складає $1 - 0,8893 = 0,1107$, це 11,07%. Отже, приблизно один з одинадцяти робочих днів буде таким, що на підприємство поступить більше 6 заявок. Це досить висока ймовірність, тому керівництву комунального підприємства слід вжити заходів, спрямованих на забезпечення високої якості обслуговування. Особливо потрібно звернути увагу на якість в ті дні, коли кількість заявок буде більшою за середній рівень.

Висновки з проведеного дослідження. Внаслідок дії різноманітних чинників ознака якості

може набувати різних значень. Точне значення, якого може набути ознака, є невідомим і має випадковий характер під дією варіації. Набуття ознакою одних значень є частішим, ніж інших, тобто поява певних значень є ймовірнішою, ніж поява інших. Так, якщо є дані обліку, реєстрації та опису кількості подій на визначену одиницю (часу, продукції тощо), то така ознака є порядковою, вона підпорядковується закону розподілу Пуассона. За допомогою розподілу Пуассона можна описувати випадкові впливи, прогнозувати очікувані результати, зокрема очікувану кількість надходжень заявок на обслуговування клієнтів за день.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Бондаренко С. Ділова досконалість підприємств як фактор конкурентоспроможності національної економіки України. *Економічний простір*. 2016. № 116. С. 200–208.
2. Бондаренко С., Леус А. Оцінка рівня якості продукції на підприємстві. *Ефективна економіка*. 2017. № 4. URL: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=5527> (дата звернення: 05.11.2020).
3. Бондаренко С., Михайленко Н. Базова концепція загального управління якістю TQM: роль персоналу. *Економічний простір*. 2015. № 103. С. 139–146.
4. Бондаренко С. Використання біноміального розподілу в управлінні якістю на підприємстві. *Ефективна економіка*. 2019. № 9. URL: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=7272> (дата звернення: 05.11.2020).
5. Готь О., Бондаренко С. Стратегія підприємства як чинник його конкурентоспроможності. *Ефективна економіка*. 2017. № 6. URL: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=5660> (дата звернення: 05.11.2020).
6. ДСТУ ISO 9000:2015 Системи управління якістю. Основні положення та словник термінів. (ISO 9000:2015 IDT). Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2016. 45 с.
7. ДСТУ ISO 9001:2015 Системи управління якістю. Вимоги. (ISO 9001:2015 IDT). Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2016. 21 с.
8. Захожай В., Чорний А. Статистика якості. Київ : МАУП, 2005. 576 с.
9. Касич А., Харькова Ж. Управління конкурентними перевагами підприємства. *Економічний аналіз*. 2016. № 2. С. 79–85.
10. Статистические методы управления качеством : Конспект. Киев : Украинская ассоциация качества ; Прирост-Академия, 2007. 129 с.

REFERENCES:

1. Bondarenko S. (2016) Dilova doskonalistj pidpryjemstv jak faktor konkurentospromozhnosti nacionalnoji ekonomiky Ukrajinu [Business excellence of enterprises as a factor of competitiveness of the national

economy of Ukraine]. *Ekonomichnyj prostir*, no. 116, pp. 200–208.

2. Bondarenko S., Leus A. (2017) Ocinka rivnja jakosti produkciji na pidpryjemstvi [Assessment of the level of product quality at the enterprise]. *Efektivna ekonomika* (electronic journal), no. 4. Available at: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=5527> (accessed 05 November 2020).

3. Bondarenko S., Mykhajlenko N. (2015) Bazova koncepciya zagal'nogo upravlinnya yakistyu TQM: Rol' personalu [Basic concept of total quality management TQM: The role of staff]. *Ekonomichnyj prostir*, no. 103, pp. 139–146.

4. Bondarenko S. (2019) Vy'kory'stannya binomial'nogo rozpodilu v upravlinni yakistyu na pidpry'emstvi [Use of Binomial distribution in quality management at the enterprise]. *Efektivna ekonomika* (electronic journal), no. 9. Available at: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=7272> (accessed 05 November 2020).

5. Ghotj O., Bondarenko S. (2017) Strateghija pidpryjemstva jak chynnyk jogho konkurentospromozhnosti [Enterprise strategy as a factor of its competitiveness]. *Efektivna ekonomika* (electronic journal), no. 6. Available at: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=5660> (accessed 05 November 2020).

6. UkrNDNTs (2016) DSTU ISO 9000:2015 Systemy upravlinnia yakistiu. Osnovni polozhennia ta slovnyk terminiv [Quality management systems. Basic provisions and glossary of terms]. Kyiv : UkrNDNTs (in Ukrainian).

7. UkrNDNTs (2016) DSTU ISO 9001:2015 Systemy upravlinnia yakistiu. Vymohy [Quality management systems. Requirements]. Kyiv : UkrNDNTs (in Ukrainian).

8. Zaxozhaj V., Chornyj A. (2005) Statystyka yakosti. [Quality statistics]. Kyiv : MAUP (in Ukrainian).

9. Kasych A., Khar'kova Zh. (2016) Upravlinnya konkurentny'my' perevagamy' pidpry'emstva [Management of competitive advantages of the enterprise]. *Ekonomichnyj analiz*, no. 2, pp. 79–85.

10. Ukrainskaja asociacija kachestva (2007) Statisticheskie metody upravljenija kachestvom. Konspekt [Statistical methods of quality management. Abstract]. Kyiv : Ukrainskaja asociacija kachestva ; Prirost-Akademija (in Ukrainian).