

УДК 534.08

**КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АКУСТИЧНОГО КОНТРОЛЮ
СТРУКТУРНО-НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩ**

В.В. Себко

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

В.Г. Здоренко, І.Л. Ківа

Київський національний університет технологій та дизайну

Розглянуто комп'ютерне моделювання стану структурно-неоднорідних середовищ математичними методами із застосуванням пакету MATLAB 2012a. Досліджено вплив функції розподілу дефектів на параметри зондуючої пружної хвилі. Отримано зв'язок між зміною фазової швидкості і коефіцієнта затухання (з одного боку) та розподіленням дефектів по частотам релаксації (з іншого боку).

***Ключові слова:** гістерезисні рівняння, структурно-неоднорідне середовище, акустична нелінійність, релаксаційна частота, амплітудно-залежне внутрішнє тертя*

Відомо, що гістерезисні рівняння стану використовуються для пояснення явища амплітудно-залежного внутрішнього тертя в структурно-неоднорідних середовищах із недосконалою пружністю. До таких середовищ відносяться, зокрема, полікристалічні матеріали – цинк, мідь, свинець та інші так звані «м'які» метали.

Крім того, такі ж самі ефекти амплітудно-залежного внутрішнього тертя спостерігаються в матеріалах, які мають зовсім інше походження – в мармурі, граніті, вапняку та деяких інших. Результати багатьох досліджень свідчать про те, що нелінійні втрати в таких середовищах залежать не тільки від амплітуди зондуючої пружної хвилі (величини деформації), але і від швидкості зондуючої пружної хвилі (швидкості зміни деформації).

Акустична нелінійність згаданих вище структурно-неоднорідних середовищ переважно є квадратичною, але також зустрічаються кубічні акустичні нелінійності або такі, що мають дробовий показник. Тобто акустична нелінійність кожного з матеріалів, які досліджуються, є суцільно індивідуальною, і описується властивим тільки їй рівнянням стану.

Об'єкти та методи досліджень

Об'єктом дослідження є структурно-неоднорідні середовища, зокрема, полікристалічні матеріали – так звані «м'які» метали. Якщо об'ємна концентрація дефектів

в цих середовищах, які призводять до виникнення структурної нелінійності, не перевищує приблизно $10^{-5} \dots 10^{-4}$, то їх рівняння стану описується наступним чином [1-3]:

$$\sigma(\varepsilon) = E \left(\varepsilon - \int_0^1 \int_0^1 R(\varepsilon) N(\zeta, \omega) d\zeta d\omega - \int_0^1 \int_0^1 \zeta R(f(R(\varepsilon), \text{sign}(R(\dot{\varepsilon})))) N(\zeta, \omega) d\zeta d\omega \right), \quad (1)$$

де E – модуль пружності «жорстких елементів»; ε – відносна деформація; ζ – відносна пружність дефекту; ω – релаксаційна частота дефекту; $f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ – нелінійна функція деформації та швидкості деформації; $N(\zeta, \omega)$ – функція розподілу дефектів по параметрам ζ та ω .

Функція $R(\varepsilon)$ описується виразом

$$R(\varepsilon) = \frac{\omega}{\zeta} \int_{-\infty}^t \varepsilon(\tau) e^{-\omega(t-\tau)} d\tau. \quad (2)$$

Релаксаційна частота ω дефекту, в свою чергу, описується виразом

$$\omega = \frac{\zeta E}{\eta}, \quad (3)$$

де η – коефіцієнт в'язкості.

Концентрація дефектів визначається за формулою

$$v = \int_0^1 \int_0^1 N(\zeta, \omega) d\zeta d\omega. \quad (4)$$

Найбільший інтерес представляє собою дослідження впливу функції $N(\zeta, \omega)$ розподілу дефектів по параметрам ζ та ω .

Методом дослідження таких рівнянь стану, навіть в одновимірному випадку, є складний математичний апарат інтегрального та диференціального числення, зокрема з використанням похідних від функцій кількох змінних, тому рівняння стану при довільних граничних умовах розв'язуються переважно за допомогою чисельних методів [4, 5].

Постановка завдання

Бралися різні функції $N(\zeta, \omega)$ розподілу дефектів. Причому спочатку було зроблено припущення, що відносна пружність ζ дефекту є величиною сталою, тобто $\zeta = \text{const}$, а змінюватися може лише релаксаційна частота дефекту ω .

Іншими словами, так як розміри дефектів різні, то вони можуть мати різні характерні релаксаційні частоти ω . Таким чином функція $N(\zeta, \omega)$ двох параметрів перетворювалася в функцію одного параметра $N(\omega)$.

Для незмінного (константного) закону розподілу функція $N(\omega)$ мала вигляд

$$N(\omega) = A_N, \quad (5)$$

де A_N – коефіцієнт незмінного (константного) розподілу.



Рис. 1. Незмінний (константний) закон розподілу дефектів

Для лінійного закону розподілу функція $N(\omega)$ мала вигляд

$$N(\omega) = B_L \omega + C_L, \quad (6)$$

де B_L, C_L – коефіцієнти лінійного розподілу.

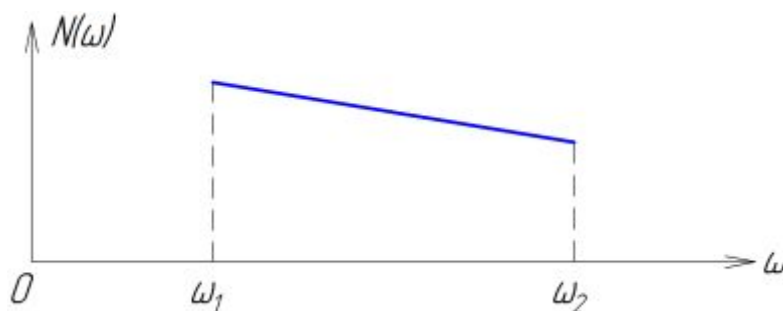


Рис. 2. Лінійний закон розподілу дефектів

Для гіперболічного закону розподілу функція $N(\omega)$ мала вигляд

$$N(\omega) = \frac{D_G}{\omega}, \quad (7)$$

де D_G – коефіцієнт гіперболічного розподілу.

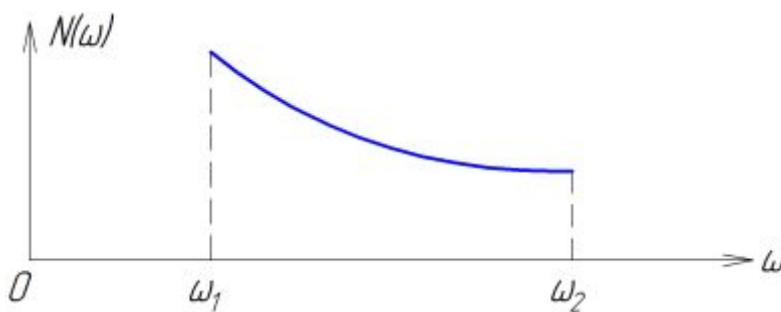


Рис. 3. Гіперболічний закон розподілу дефектів

Результати досліджень та їх обговорення

Для виконання моделювання розповсюдження зондуючої пружної хвилі використовувалася 64-бітна версія пакету MATLAB 2012a.

Для обчислення однократних інтегралів застосовувалися метод ітерацій (функція *trapz*) та метод ітерацій із накопичуванням (функція *cumtrapz*).

Для обчислення двократних інтегралів застосовувалися квадратурний метод Симпсона (функція *quad*) та метод Гаусса–Лобатто (функція *quadl*).

Для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь застосовувався багатокроковий метод Адамса-Башворта-Мултона змінного порядку класу предиктор-коректор (функції *ode23*, *ode45*, *ode113* та деякі інші).

Для розв'язання диференціальних рівнянь також застосовувався пакет Partial Differential Equations Toolbox та спеціалізована бібліотека математичних функцій NAG Foundation Toolbox.

В якості структурно неоднорідного середовища було обрано полікристалічний матеріал – латунь ЛС59-1 ГОСТ 2060-2006 та деяких інших марок.

Було прийнято, що для незмінного (константного) закону розподілу функція

$$N(\omega) = 2,5 \cdot 10^{-6}, \quad (8)$$

для лінійного закону розподілу функція

$$N(\omega) = 2,5 \cdot 10^{-11} \omega + 2,0 \cdot 10^{-6}, \quad (9)$$

та для гіперболічного закону розподілу функція

$$N(\omega) = \frac{1,0 \cdot 10^{-2}}{\omega}. \quad (10)$$

Розв'язання рівняння стану передбачало підсумовування кількох сотень членів нескінченного ряду

$$\varepsilon(x,t) = \sum_{p=1}^{\infty} \varepsilon_p(x) \sin(\omega_p t - k_p x - \varphi_p(x)), \quad (11)$$

кожний член якого обчислювався складним чином через додаткові коефіцієнти [6, 7].

Для прискорення обчислень застосовувався пакет Parallel Computing Toolbox, який дозволяв розпаралелювати обчислення членів ряду (11) між кількома ядрами багатоядерного мікропроцесора типу Intel i5.

В результаті комп'ютерного моделювання було отримано, що для полікристалічних матеріалів марки латунь ЛС59-1 ГОСТ 2060-2006 та деяких інших марок між зміною фазової швидкості $\Delta c/c$ та зміною коефіцієнта затування $\Delta K/K$ з одного боку, та розподілу дефектів по частотам релаксації з іншого боку існує складна залежність (для гіперболічного закону розподілу дефектів див., наприклад, рис. 4, а та рис. 4, б).

Причому вид розподілу дефектів по частотам релаксації суттєво змінює вигляд графіків, які представлені на рис. 4, а та рис. 4, б.

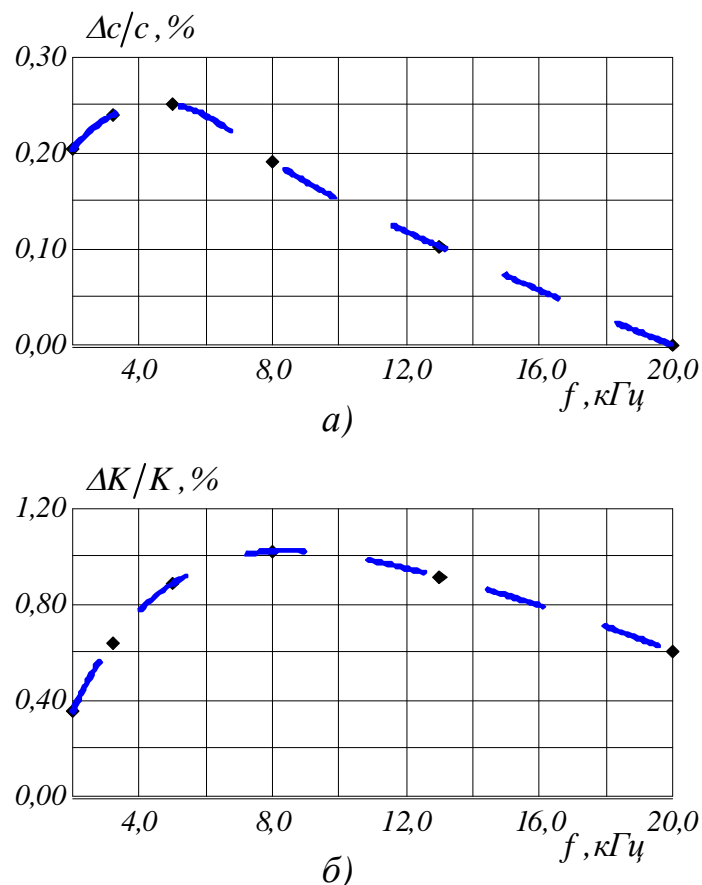


Рис. 4. а – залежність $\Delta c/c$ від частоти для гіперболічного закону розподілу дефектів; б – залежність $\Delta K/K$ від частоти для гіперболічного закону розподілу дефектів

Висновки

В результаті проведення за допомогою пакету MATLAB 2012a комп'ютерного моделювання взаємодії пружної хвилі та структурно-неоднорідних середовищ (полікристалічних матеріалів) можна зробити висновок про те, що розподіл дефектів в таких середовищах функціонально пов'язаний із зміною фазової швидкості $\Delta c/c$ та зміною коефіцієнта затухання $\Delta K/K$. Їх можна виміряти і таким чином оцінити тип, кількість, анізотропію або інші параметри дефектів, а також, наприклад, міцнісні характеристики безпосередньо самих полікристалічних матеріалів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Зайцев В.Ю. Упругие волны в средах с нелинейной диссипацией / В.Ю. Зайцев, В.Е. Назаров // Акустический журнал.– 1998.– Т. 44.– № 3.– С. 362-368.
2. Зайцев В.Ю. Уравнение состояния микронеоднородных сред и частотная зависимость их упругой нелинейности / В.Ю. Зайцев, В.Е. Назаров, И.Ю. Беляева // Акустический журнал.– 2001.– Т. 47.– № 2.– С. 220-226.
3. Зайцев В.Ю. О диссипативных и дисперсионных свойствах микронеоднородных сред / В.Ю. Зайцев, В.Е. Назаров, А.Е. Шульга // Акустический журнал.– 2000.– Т. 46.– № 3.– С. 348-355.
4. Зименков С.В. Диссипативная акустическая нелинейность меди / С.В. Зименков, В.Е. Назаров // Физика металлов и металловедение.– 1992.– № 3.– С. 62-65.
5. Коробов А.И. Экспериментальные исследования упругой нелинейности в структурно-неоднородных материалах / А.И. Коробов, Ю.А. Бражкин, Нин Ван // Акустический журнал.– 2005.– Т. 51.– № 5.– С. 663-671.
6. Назаров В.Е. Волновые процессы в средах с гистерезисной нелинейностью. Часть I / В.Е. Назаров, А.В. Радостин, Л.А. Островский, И.А. Соустова // Акустический журнал.– 2003.– Т. 49.– № 3.– С. 405-415.
7. Назаров В.Е. Волновые процессы в средах с гистерезисной нелинейностью. Часть II / В.Е. Назаров, А.В. Радостин, Л.А. Островский, И.А. Соустова // Акустический журнал.– 2003.– Т. 49.– № 4.– С. 529-534.

В.В. Себко, В.Г. Здоренко, И.Л. Кива

Компьютерное моделирование акустического контроля структурно-неоднородных сред

Рассмотрено компьютерное моделирование состояния структурно-неоднородных сред математическими методами с применением пакета MATLAB 2012a. Исследовано влияние функции распределения дефектов на параметры зондирующей упругой волны. Получена связь между изменением фазовой скорости и коэффициента затухания (с одной стороны) и распределением дефектов по частотам релаксации (с другой стороны).

Ключевые слова: гистерезисные уравнения, структурно-неоднородная среда, акустическая нелинейность, релаксационная частота, амплитудно-зависимое внутреннее трение

V.V. Sebko, V.G. Zdorenko, I.L. Kiva

Computer design of acoustic control of structural-heterogeneous environments

The computer design of the state is considered a structural-heterogeneous environment by mathematical methods with the use of package of MATLAB 2012a. Influence of function of distributing of defects is investigational on the parameters of sounding resilient wave. Connection is got between a change phase speed and fading (from one side) coefficient and distributing of defects on frequencies of relaxation (from other side).

Keywords: hysteresis equalizations, structural-heterogeneous environment, acoustic non-linearity, relaxation frequency, peak-dependent internal friction