УДК 62-523.8

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ОПЕРАТИВНО – ДИСПЕТЧЕРСЬКОГО КЕРУВАННЯ

В.М. Яхно, кандидат технічних наук, доцент
Київський національний університет технологій та дизайну

Ключові слова: задачі оптимізації розкладів, система керування, оперативно – диспетчерське керування, дослідження операцій.

В розділ задач складання розкладів відносять широке коло виробничих та економічних задач, що пов'язані з визначенням послідовності (або часових інтервалів) виконання деяких операцій. Результати задач складання розкладів необхідно редагувати відповідно до змін та вимог які мають місце. Прикладом є досить відома задача такого типу — це складання розкладів занять у навчальному заклад. Цей розклад постійно редагується. У роботі розглядається система керування розкладом робіт. Розклад визначається послідовністю визначених дискретних інтервалів часу з кожним з яких пов'язана робота та обмеженою сукупністю ресурсів, що необхідні для виконання роботи. Сукупність ресурсів, наприклад, для розкладу занять - це викладачі та аудиторії. Редагування розкладу (задача оперативно – диспетчерського керування) – це перенести визначене заняття на деяку іншу пару. Якість розкладу не повинна погіршитися – не повинні змінитися норми (вимоги для розкладу) для студентів, кількість «вікон» для інших викладачів не повинна збільшитися. В загальному випадку принципи оцінювання якості розкладу можуть змінюватися під час планування. В загальному випадку також існує сукупність правил, якім повинна задовольнять кожна позиція розкладу. Позицію визначає інтервал планування та сукупність ресурсів, що використовується. Для розкладу занять позицію визначають предмет, що викладається та група, номер пари (в двох тижневому переліку), викладач і аудиторія. Предмет, що викладається та група це робота, все інше ресурси.

Для інтерактивної системи оперативно – диспетчерського керування особливо корисною є технологія, що дозволяє змінювати розклад — переставляти в необхідний час та місце вказану роботу (робота 1). Це місце звичайно, вже зайняте іншою роботою (заняттям) (робота 2). Зміна є дуже простою якщо можливі перестановки (1 -> 2) і (2 -> 1). Частіше зміни можна виконати, якщо робота 2 буде переміщена у задовільну позицію розкладу (2 -> 3). Можливо, знадобиться цілий ланцюжок таких переміщень – (2 -> 3, 3 -> 4, 4 -> 5, 5 -> 1). Бажано, щоб ця операція виконувалася без погіршення якості розкладу або, щоб це погіршення було мінімальним. Наприклад, для розкладу занять, простіше за все вважати, що перестановка являється задовільною, якщо в результаті перестановки у жодного викладача не з'явилося нове "вікно" або додатковий лекційний день і виконуються норми для студентів.

У випадку, коли критерії якості розміщення можуть бути визначені тільки неформально на підставі суб'єктивних оцінок, дуже зручним є алгоритм, що дозволяє одержати усі варіанти перенесення незручної роботи (заняття), які можуть бути отримані без погіршення якості розкладу.

Нижче пропонується алгоритм, що дозволяє для будь-якого роботи (заняття) знайти всі можливі місця в розкладі, у яких ця робота може бути переміщена без погіршення якості розкладу. Можна навіть вважати, що методи оцінки якості розкладу не впливають на роботу алгоритму. Відомо тільки, що будь-який розклад може бути оцінений відповідно до деякої системи критеріїв.

Математична модель такої задачі може бути сформульована наступним чином.

Будемо вважати, що заняття описується наступною п'ятіркою - найменування заняття (курсу), день тижня, номер пари, номер чи аудиторії аудиторій, список викладачів. День тижня й номер пари будемо називати позицією в розкладі. Також відзначимо, що найменування заняття однозначно визначає групи студентів, спеціальність і потік, для яких проводиться заняття. Якщо в існуючому розкладі для двох занять позиції розкладів можна поміняти місцями, то будемо говорити, що заняття можна поміняти місцями. Якщо заняття з індексом і можна поставити на позицію заняття j, і при цьому можна підібрати для заняття і таку аудиторію (аудиторії), що заняття може бути проведене без зниження якості, та у розкладі студентських груп і викладачів не утвориться додаткових “вікон”, то таку перестановку будемо називати припустимою чи задовольняючою системі початкових тестів. Якщо при цьому заняття з індексом j також можна поставити на позицію заняття і при виконанні тих же умов, то будемо вважати, що існує циклічна перестановка (i, j) довжиною 2. Будь-яка циклічна перестановка може бути використана для зміни розкладу.

При цьому якість розкладу гарантовано не погіршиться (можливо, навіть стане краще).

Представимо існуючий розклад у вигляді графа G = (V, D), кожна вершина vi, i = 1, ..., n, якого відповідає реальному заняттю — певному часовому відрізку усередині інтервалу планування.

Якщо існує перестановка i, j то ці вершини з'єднані дугою di,j. Будемо називати цю матрицю матрицею Парето оптимальних перестановок чи припустимих перестановок. Така назва виправдана наступною властивістю припустимих перестановок — якщо вихідний розклад є Парето оптимальним, то й отриманий в результаті застосування циклічної перестановки, що утворена припустимими перестановками, розклад також буде Парето оптимальним. Для розв’язання задачі алгоритм реалізує всі можливі перетворення цих матриць.