

УДК 688.359

## РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОГО ТА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ПОБУДОВИ ЩІЛЬНИХ УКЛАДОК ПЛОСКИХ ОБ'ЄКТІВ

В.І. Чупринка, доктор технічних наук, професор  
*Київський національний університет технологій та дизайну*  
Т.А. Мамонов, магістрант  
*Київський національний університет технологій та дизайну*  
М.С. Міненко, магістрант  
*Київський національний університет технологій та дизайну*

Ключові слова: математичне та програмне забезпечення, щільні укладки, легка промисловість.

Застосування якісного програмного забезпечення для автоматизованого проектування раціональних схем розкрою матеріалів на деталі виробів легкої промисловості підвищить процент ефективного використання матеріалу при розкрою та зменшить кількість відходів, які потрібно буде утилізувати.

**Постановка задачі.** Припустимо, що многокутник  $S$  решітчасто розміщується на площині. Розглядається подвійні решітчасті укладки многокутників із заданою орієнтацією  $S(0)$  і  $S(\pi)$  повернутих на кут  $\pi$  і розв'язується задача пошуку найщільнішої серед них.

Зформулюємо вказану задачу більш чітко:

**Задача** Серед подвійних решітчастих укладок  $W$  многокутників  $S(0)$  і  $S(\pi)$  знайти таку  $W^* = W(\bar{a}_1^*, \bar{a}_2^*, \bar{g}^*)$ , щоб щільність  $\delta_S(W^*)$  подвійної укладки многокутників  $S(0)$  і  $S(\pi)$ , виконаної за цією решіткою задовільнила співвідношенню

$$\delta_S(W^*) = \max_W \delta_S(W). \quad (1)$$

Враховуючи, що  $|S|$  – площа многокутника є сталою, задачу можна зформулювати по іншому:

Серед подвійних решіток  $W = W(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g})$ , допустимих для укладки фігур  $S(0)$  і  $S(\pi)$ , знайти таку  $W^* = W(\bar{a}_1^*, \bar{a}_2^*, \bar{g}^*)$ , детермінант якої має мінімальне значення.

$$\det W^* = \det W(\bar{a}_1^*, \bar{a}_2^*, \bar{g}^*) = \min \det W(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g}), \quad W \in K^{(3)} \quad (2)$$

Задача (2) являється задачею математичного програмування, для розв'язання якої необхідно побудувати і описати множину допустимих рішень  $K^{(3)}$  і вказати метод пошуку  $W^*$  на цій множині.

Розв'язання цих питань може бути одержано на основі вектор-функцій щільного розміщення фігур і їх годографів.

Основою для побудови областей допустимих розв'язків у всіх зформульованій задачі являються умови взаємного неперетину фігур в укладці.

#### Алгоритм пошуку щільних укладок

1. Перевіряємо на опуклість багатокутник;
2. Обчислюємо площу багатокутника;
3. Розраховуємо координати вершин графа  $\Gamma_{11}$  вектор-функції щільного розміщення двох однакових і однаково орієнтованих багатокутників  $S$ ;
4. Розраховуємо координати вершин графа  $\Gamma_{12}$  вектор-функції щільного розміщення двох однакових багатокутників  $S(0)$  і  $S(\pi)$ ;
5. Задаємо  $i=1$ ,  $t_i=0$ , і обчислюємо стартові значення змінних  $j$ ,  $k$ ,  $u$ ,  $v$ , а також стартові значення параметрів  $\tau_j$ ,  $\tau_k$ ,  $\tau_u$ ,  $\tau_v$ .
6. Знаходимо інтервал допустимих значень параметрів  $t_i$ ,  $\tau_j$ ,  $\tau_k$ ,  $\tau_u$ ,  $\tau_v$ , в полі функціонування класу  $K_{iju}$ , де  $t_i^0 \leq t_i \leq t_i^1$ ,  $\tau_j^0 \leq \tau_j \leq \tau_j^1$ ,  $\tau_k^0 \leq \tau_k \leq \tau_k^1$ ,  $\tau_u^0 \leq \tau_u \leq \tau_u^1$ ,  $\tau_v^0 \leq \tau_v \leq \tau_v^1$ .
7. Обчислюємо коефіцієнти цільової функції  $\det W(\vec{a}, \vec{p}, \vec{g})$ , яка є квадратичною функцією параметра  $t_i \in (t_i^0, t_i^1)$ , де  $t_i^0, t_i^1 \in [0; 1]$ .
8. Обчислюємо значення параметру  $t_i^p$ , яке відповідає критичній точці цільової функції.
9. Обчислюємо значення цільової функції  $\det W(\vec{a}, \vec{p}, \vec{g})$  в точках  $t_i^0, t_i^1$ , та в точці  $t_i^p$ , якщо вона є внутрішньою точкою  $(t_i^0, t_i^1)$ ;
10. Визначаємо екстремум у класі  $K_{iju}$ , та заносимо у масив локальних екстремумів відповідні значення  $i$ ,  $j$ ,  $u$ ,  $t_i$ ,  $\tau_j$ ,  $\tau_u$ , і  $\det W(\vec{a}, \vec{p}, \vec{g})$ .
11. Перевіряємо  $t_i^1=1, \tau_j^1=1, \tau_k^1=1, \tau_u^1=1, \tau_v^1=1$ .
12. Ті з індексів  $i$ ,  $j$ ,  $k$ ,  $u$ ,  $v$  для яких відповідне значення параметру  $\tau$  досягло одиниці, збільшуємо на одиницю, а параметр  $\tau$  задаємо рівним нулю;
13. Якщо  $i \leq n$ , то переходимо на крок 6, інакше на крок 14;  $n$  – кількість вершин багатокутника  $S$ .
14. В масиві локальних оптимумів, шляхом порівняння значень  $\det W(\vec{a}, \vec{p}, \vec{g})$ , знаходимо глобальний оптимум і строку параметрів та відповідне значення цільової функції видаємо як розв'язок задачі.

#### Висновки

В роботі запропонований методи та алгоритми для проєктування щільних укладок плоских геометричних об'єктів зі складною конфігурацією зовнішнього контуру, які реалізовані в програмний продукт.