УДК 685.3

МЕТОД АВТОМАТИЗОЗАНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ЩІЛЬНИХ УКЛАДОК ПРИ ПРЯМОКУТНО-ГНІЗДОВІЙ СХЕМІ РОЗКРОЮ

В.І. ЧУПРИНКА, В.С. МУРЖЕНКО

Київський національний університет технологій та дизайну

У роботі розглянуто метод автоматизованого проектування щільних укладок при прямокутно-гніздовій схемі розкрою

Економічність нових моделей взуття залежить від форми зовнішніх контурів деталей моделі. Тому при розробці нових моделей модельєр-конструктор стоїть перед компромісом - розробити таку модель, яка відповідала би напрямку моди та була економічною. Для визначення економічності моделі модельєр-конструктор визначає середньо зважену укладку деталей моделі. Це в більшості випадків виконується вручну та потребує багато часу на рутинну роботу, а також нераціонально використовуються можливості модельєра-конструктора, що збільшує час до запуску моделі у виробництво. Тому йому необхідно мати інструмент, який дозволив би автоматизувати цей процес.

Об'єкти та методи дослідження

Загальну технологічну постановку задачі проектування найщільнішої укладки можна сформулювати наступним чином:
розмістити деталі в паралелограмі найменшої площі, враховуючи наступні технологічні умови та обмеження (рис. 1):

– в паралелограмі можуть бути [1] :

а) однакові та однаково орієнтовані деталі;

б) однакові деталі з поворотом в ряду на кут 180^0;

в) однакові деталі з поворотом в ряду на кут α, де $0^0 \le \alpha \le 180^0$;

г) два виду деталей різної конфігурації із поворотом в ряду деталей;
першого виду відносно основного положення на кут α та деталей другого виду на кут β, де $0^0 \le \alpha \le 180^0$ та $0^0 \le \beta \le 180^0$;

д) декілька щільно розміщених деталей утворюють гніздо, яке будемо називати складеною деталлю. Однакові та однаково орієнтовані складені деталі;

е) декілька щільно розміщених деталей утворюють гніздо, яке будемо називати складеною деталлю. Однакові складені деталі з поворотом в ряду на кут 180^0;

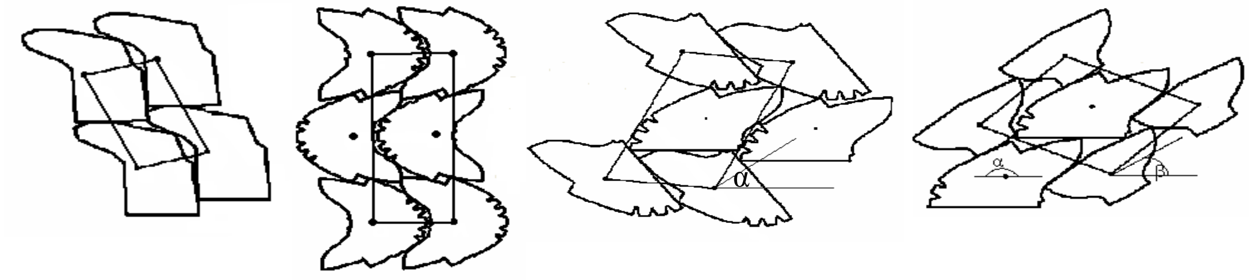
– паралелограм утворюється послідовним з'єднанням фіксованих точок (полюсів) на чотирьох однакових та однаково орієнтованих деталях;

– в паралелограм повинно входити ціла кількість деталей кожного виду деталей;

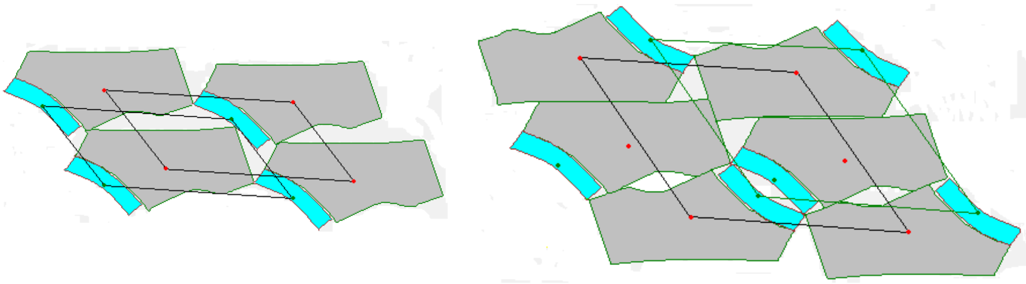
– дві будь-які деталі в укладці не повинні перетинатись, вони можуть тільки дотикатись;

– для кожного із варіантів а-е вибрати найщільнішу із побудованих щільних укладок.

Цю задачу краще розбити на шість окремих задач відповідно до того, які деталі можуть бути в паралелограмі із варіантів а-е. Назвемо їх відповідно: укладка *А*, укладка *Б*, укладка *В*, укладка *Г*, укладка *Д*, укладка *Е*. Задачі укладка *А* - укладка *Г* добре досліджені в роботах [2-3]. Тому ми зупинятись на них не будемо



а ***б*** ***в*** ***г***



д ***е***

Рис. 1. **Приклади щільних укладок в паралелограмі**

Постановка завдання

Технологічна постановка задачі <<Укладка *Д*>>: Знайти паралелограм мінімальної площі, в вершинах якого знаходяться чотири однакові та однаково орієнтовані складені деталі (рис. 1, *д*). Причому кожна складена деталь в укладці дотикається до складених деталей, полюси яких знаходяться у сусідніх вершинах паралелограма, а також складені деталі у паралелограмі не перетинаються.

Технологічна постановка задачі <<Укладка *Е*>>: Знайти паралелограм мінімальної площі, в вершинах якого знаходяться чотири однакові та однаково орієнтовані складені деталі (рис. 1.*е*). В середньому ряду знаходяться дві ті ж самі складені деталі, але повернуті на кут 180^0 відносно основного положення. Причому, кожна складена деталь в ряду дотикається до сусідньої деталі в ряду та до деталі в сусідньому ряду. Крім того, складені деталі в укладці попарно не перетинаються.

Результати та їх обговорення

Розглянемо на площині плоский геометричний об'єкт S Позначимо через $S+\vec{a}$ об'єкт, який можна отримати переміщенням кожної точки об'єкта S на вектор $\vec{a}$ та назвемо його трансляцією об'єкта S. Множину векторів виду

$$\vec{r} = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2, \text{ де } n,m=0,\ \pm 1,\ \pm 2, \pm 3, \ldots \pm k\ldots \qquad (1),$$

де $\vec{a}_1\ (a_{1x}, a_{1y})$, $\vec{a}_2\ (a_{2x}, a_{2y})$ – лінійно-незалежні вектори, назвемо решіткою з базисом $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ та позначимо через Λ=Λ($\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$).

Абсолютна величина визначника, який складений із векторів решітки, називається визначником решітки Λ та позначається det Λ, де :

$$\det \Lambda = |[\vec{a}_1 \times \vec{a}_2]| = \left|\begin{bmatrix} a_{1x} & a_{1y} \\ a_{2x} & a_{2y} \end{bmatrix}\right| = \left|a_{1x}a_{2y} - a_{2x}a_{1y}\right|. \quad (2)$$

Розглянемо систему об'єктів $\bigcup_{n.m} S^{nm}$, де $n,m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm k \dots$, які складаються із трансляції $S^{nm}=S+n\vec{a}_1+m\vec{a}_2$ об'єкта S на вектори решітки $\Lambda=\Lambda(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$. Якщо ця система є укладкою, то така укладка називається укладкою об'єкта S, виконаної по решітці $\Lambda=\Lambda(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$. Решітка $\Lambda=\Lambda(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ в цьому випадку є допустимою для укладки об'єкта *S*.

Щільність $\delta_s(\Lambda)$ решітчастої укладки можна характеризувати за допомогою співвідношення:

$$\delta_s(\Lambda)=|S| / \det \Lambda, \quad (3)$$

де $|S|$ – площа плоского геометричного об'єкта *S*, $\det \Lambda$ – визначник решітки $\Lambda=\Lambda(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$, за якою виконана укладка. Із наведеного співвідношення видно, що щільність $\delta_s(\Lambda)$ решітчастої укладки тим вища чим менша площа паралелограма, сторонами якого є базові вектори решітки $\vec{a}_1$ та $\vec{a}_2$.

Множину векторів виду:

$$\vec{r}_1 = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 \text{ та } \vec{r}_2 = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + \vec{g}, \text{ де } n,m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm k \dots,$$

де $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ – лінійно-незалежні вектори, назвемо подвійною решіткою з базисом $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ і вектором зсуву решітки $\vec{g}$ та позначимо через $W=W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$. Абсолютна величина визначника, який складений із базових векторів подвійної решітки, називається визначником решітки та позначається $\det W$.

Розглянемо систему об'єктів $\bigcup_{n.m} S_1^{nm}$ та $\bigcup_{n.m} S_2^{nm}$, де $n,m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm k \dots$, які складаються із трансляції $S_1^{nm}=S_1+n\vec{a}_1+m\vec{a}_2$ та $S_2^{nm}=S_2+n\vec{a}_1+m\vec{a}_2+\vec{g}$ об'єктів S_1 та S_2 на вектори подвійної решітки $W=W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$.. Якщо ця система є укладкою, то така укладка називається укладкою об'єктів S_1 та S_2, виконаної по подвійній решітці $W=W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$.

Подвійна решітка $W=W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$ в цьому випадку є допустимою для укладки об'єктів S_1 та S_2. Фрагмент подвійної решітчастої укладки представлений на рис. 1.*е* В цьому випадку під об'єктом S_1 мають на увазі складену деталь $S(0)$ у вихідному положенні, а під об'єктом S_2 мають на увазі складену деталь $S(\pi)$, повернуту на 180^0 відносно вихідного положення. Подвійна решітка представляє собою дві однакові одинарні решітки $\Lambda_1=\Lambda(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ та $\Lambda_2=\Lambda(\vec{a}_1+\vec{g}, \vec{a}_2+\vec{g})$, які зміщені одна відносно іншої на вектор зсуву решітки $\vec{g}$. У вузлах решітки Λ_1 розміщаються об'єкти S_1, а у вузлах решітки Λ_2 розміщаються об'єкти S_2.

Абсолютна величина визначника, який складений із векторів решітки, називається визначником решітки *W* та позначається $\det W$, де:

$$\det W = |[\vec{a}_1 \times \vec{a}_2]| = \left|\begin{bmatrix} a_{1x} & a_{1y} \\ a_{2x} & a_{2y} \end{bmatrix}\right| = \left|a_{1x}a_{2y} - a_{2x}a_{1y}\right|. \quad (4)$$

Щільність $\delta_s(W)$ решітчастої укладки можна характеризувати за допомогою співвідношення:

$$\delta_s(W)=(|S_1|+|S_2|) / \det W, \quad (5)$$

де $|S_1|$ та $|S_2|$ – відповідно площі плоского геометричного об'єкта S_1 та S_2, det W - визначник решітки $W=W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$, за якою виконана укладка. Із наведеного співвідношення видно, що щільність $\delta_s(W)$ решітчастої укладки тим вища, чим менша площа паралелограма, сторонами якого є базові вектори решітки $\vec{a}_1$ та $\vec{a}_2$.

На основі технологічної постановки задач проектування щільних укладок в паралелограмі сформулюємо математичні постановки задач <<Укладка Д>> та <<Укладка Е>>.

Математична постановка задачі <<Укладка *Д*>>. Серед множини допустимих решіток $\Lambda^i=\Lambda(\vec{a}_1^i, \vec{a}_2^i)$, де $i=1,2..q$, для однакових та однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів S, що представляють собою складену деталь, знайти таку решітку $\Lambda^*=\Lambda(\vec{a}_1^*, \vec{a}_2^*)$, для якої $\delta_s(\Lambda^*)=|S|$ /det $\Lambda^*=\max(\delta_s(\Lambda^i))$, де $|S|$ – площа плоского геометричного об'єкту S . Так як площа плоского геометричного об'єкту S є постійною величиною, то серед допустимих решіток $\Lambda^i=\Lambda(\vec{a}_1^i, \vec{a}_2^i)$, необхідно знайти таку решітку Λ^*, для якої det $\Lambda^*=\min(\det \Lambda^i)$.

Математична постановка задачі <<Укладка >>. Серед множини допустимих подвійних решіток $W^i=W(\vec{a}_1^i, \vec{a}_2^i, \vec{g}^i)$, де $i=1,2..q$, для однакових плоских геометричних об'єктів S, що представляють собою складену деталь, з поворотом в рядах на 0^0 та 180^0, знайти таку решітку $W^*=W(\vec{a}_1^*, \vec{a}_2^*, \vec{g}^*)$, для якої $\delta_s(W^*)=|S|$ /det $W^*=\max(\delta_s(W^i))$, або det $W^*=\min(\det W^i)$.

Математична модель задачі проектування найщільнішої решітчастої укладки (укладка Д, укладка Е)

Математична модель поставлених задач повинна відображати геометричну форму деталей, систему розміщення деталей на площині, умови взаємного не перетину деталей в укладці. Для формалізації цих задач та розробки їх математичної моделі необхідно зробити їх декомпозицію.

В задачі побудови найщільнішої решітчастої укладки можна виділити наступні структурні компоненти:

– аналітичне представлення інформації про зовнішні контури розміщуваних складених деталей;
– генерування складеної деталі із базових деталей;
– параметри, що визначають положення складеної деталі на площині;
– аналітичний опис умов взаємного не перетину складених деталей в укладці;
– аналітичний опис системи суміщення складених деталей в укладці;
– математичний опис множини допустимих розв'язків задачі;
– аналітичне представлення функції цілі.

Для однозначного відображення положення деталі S в укладці та генерування множини допустимих щільних укладок необхідно аналітично описати зовнішній контур деталі та визначити параметри, які б однозначно відображали положення деталі на площині. Контури деталей взуття мають складну форму зовнішнього контуру та описати їх аналітично у вигляді математичної функції $F(x,y)=0$ у більшості випадків неможливо. Тому ми будемо апроксимувати деталі S у вигляді многокутників S_m із заданої точністю ε. Для однозначного визначення зовнішнього контуру многокутника S_m достатньо знати координати вершин $A_i(Xm_i,Ym_i)$, де $i=1,2...n$ та $Xm_1= Xm_n,Ym_1=Ym_n$.

Тоді координати будь-якої точки $Q(xq,\ yq)$ на стороні A_iA_{i+1} зовнішнього контуру апроксимуючого многокутника можна представити наступним чином:

$$\begin{cases} xq = (Xm_{i+1} - Xm_i)t_i + Xm_i \\ yq = (Ym_{i+1} - Ym_i)t_i + Ym_i \end{cases}, \quad \text{де } i=1,2...n\text{-}1 \text{ та } t_i \in [0,1]. \qquad (6)$$

Тобто за допомогою виразу (6) можна однозначно аналітично описати зовнішній контур деталі із заданою точністю ε.

Для генерування складеної деталі із базових деталей застосуємо метод Вейлера-Азертона для об'єднання многокутників.

Для однозначного відображення положення деталі S на площині необхідно знати координати полюсу деталі (Xp^k, Yp^k) в системі координат XOY, що пов'язана із площиною, та кут повороту деталі відносно вихідного положення деталі θ_k.

Тоді координати будь-якої вершини $A_i^k(i=1,2...n)$ апроксимуючого многокутника для деталі S в системі координат XOY, що пов'язана із площиною, визначатимуться наступним чином

$$\begin{cases} Xm_i^k = Xm_i \cos\theta_k - Ym_i \sin\theta_k + Xp^k \\ Ym_i^k = Xm_i \sin\theta_k + Ym_i \cos\theta_k + Yp^k \end{cases} \qquad (7)$$

А координати будь-якої точки $Q^k(xq^k,yq^k)$ на стороні A_iA_{i+1} зовнішнього контуру апроксимуючого многокутника в системі координат XOY, що пов'язана із площиною, можна представити наступним

чином
$$\begin{cases} xq^k = (Xm_{i+1}^k - Xm_i^k)t_i + Xm_i \\ yq^k = (Ym_{i+1}^k - Ym_i^k)t_i + Ym_i \end{cases}, \quad \text{де } i=1,2...n\text{-}1 \text{ та } t_i \in [0,1]. \qquad (8)$$

Тобто за допомогою виразів (8-9) можна однозначно аналітично описати зовнішній контур деталі із заданою точністю ε у щільній укладці на площині.

Для аналітичного опису умов взаємного неперетину деталей в укладці використає апарат годографа вектор-функції щільного розміщення [3].

Функцією цілі є детермінант решітки. Для укладки *Д* – це det Λ^*=min(det Λ^i). Для укладки *E* – це det W^*=min(det W^i).

Висновки

На основі розглянутих компонентів математичної моделі задачі було розроблено алгоритми, які реалізовані у програмному продукті в середовищі програмування Delphi для операційної системи Windows. Розроблене програмне забезпечення було використано при побудові щільних решітчастих укладок для плоских геометричних об'єктів.

Представлена розробка після незначних змін може з успіхом використовуватися в інших галузях промисловості.

ЛІТЕРАТУРА

1. Зыбин Ю.П. Технология изделий из кожи. – М.: Легкая индустрия, 1975. – 464 с.

2. Стоян Ю.Г. Размещение геометрических объектов. – К.: Наукова думка, –1975, – 175 с.

3.Попова Л.С. Решение технологической задачи системного размещения обувных деталей для подготовки раскройного производства: автореф. канд. дис.: «Технология обуви и кожевенно-галантерейных изделий» – К.:, 1989. – 22 с.

4.Чупринка В.І. Розвиток наукових основ автоматизованого проектування схем розкрою деталей взуття та шкіргалантереї: автореф. докт. дис.: «Технологія взуття, шкіряних виробів і хутра» – К.:, 2009. – 44 с.