

УДК 685.3

**МОДЕЛЬ АВТОМАТИЧНОГО ПРОЕКТУВАННЯ СХЕМ РОЗКРОЮ
ЛИСТОВИХ МАТЕРІАЛІВ НА ДЕТАЛІ ВЗУТТЯ**

Т. М. ГАВРИЛОВ, В.І. ЧУПРИНКА

Київський національний університет технологій та дизайну

У роботі розглянуто модель автоматичного проектування схем розкрою листових матеріалів на деталі взуття

Бурхливе зростання обчислювальної потужності персональних комп'ютерів та широке впровадження програмного забезпечення виробничих задач привели до того, що інженери можуть використовувати системи автоматизованого проектування (САПР) для розв'язання виробничих задач. Світова конкуренція, збільшення числа досвідчених спеціалістів та підвищення вимог до якості продукції змушує виробників автоматизувати проектування та виробництво.

Сучасні виробництва зможуть вижити в конкурентній боротьбі, якщо не будуть випускати нову продукцію кращої якості, більш низької вартості за менший час. А це можна досягти завдяки впровадження САПР у виробництво.

Об'єкти та методи дослідження

Основні вимоги до системи автоматизованого проектування раціональних схем розкрою листових матеріалів на деталі взуття:

- урахування всіх необхідних технологічних вимог та обмежень;
- можливість швидкого реагування на зміну вихідних даних;
- надійність роботи системи.

Урахування всіх необхідних технологічних вимог та обмежень виконано при розробці алгоритмів для автоматизованого проектування раціональних схем розкрою листових матеріалів на деталі взуття.

Можливість швидкого реагування на зміну вихідних даних забезпечується оптимізацією об'єму вихідних даних та ефективністю використаних алгоритмів при розробці системи.

Надійність роботи системи автоматизованого проектування раціональних схем розкрою листових матеріалів на деталі взуття забезпечується використанням в програмній реалізації алгоритмів, які дають однозначний результат, що задовольняє технологічним вимогам та обмеженням при коректних вихідних даних та забезпечують захист від вводу некоректних вихідних даних.

Весь процес розкрою листових матеріалів на деталі взуття включає в себе наступні етапи:

- побудова вихідних економічних варіантів схем розкрою;
- визначення кількості листів, які необхідно розкрити по тому чи іншому варіанту для забезпечення завдання на розкрій;
- розкрій пластин.

Постановка завдання

В більшості випадків перші два етапи виконуються вручну. Але розвиток обчислювальної техніки та методів обчислювальної математики дозволяють виконувати ці етапи в автоматизованому режимі.

Для розв'язання цих задач необхідно технологічна постановка цих задач, в яких сформулювати технологічні вимоги та обмеження.

Основні технологічні вимоги та обмеження до схем розкрою є наступні:

- кількість різних деталей в схемі розкрою для одного листа не повинна перевищувати шести;
- деталі у схемі розкрою повинні не перетинатись та розміщатись на відстані одна від одної не менше сталої величини Δ ;
- деталі у схемі розкрою повинні не виходити за межі матеріалу на величину σ ;
- вимоги до орієнтації деталей відносно матеріалу (деталі на матеріалі розміщуються в основному положенні та повернуті відносно основного положення на 180 градусів; не має обмежень на орієнтацію деталей на матеріалі.);
- кількість викроєних деталей кожного виду повинна задовольняти потребі в цих деталях.

Технологічна постановка задачі. Маємо асортимент листових матеріалів із t типорозмірів відповідно з довжиною Dl_k та шириною Sh_k , $k=1,2,\dots,t$ та необмеженої кількості; комплект деталей S^j з потребою в них Q^j , $j=1,2,\dots,q$. Необхідно розмістити ці деталі на заданому асортименті листів із врахуванням технологічних вимог таким чином, щоб сумарна площа використаних листів була б мінімальною.

Математична постановка задачі. Дано t розмірів областей прямокутної форми відповідно з довжиною Dl_k та шириною Sh_k , $k=1,2,\dots,t$ необмеженої кількості. Необхідно щільно розмістити Q^j плоских геометричних об'єктів S^j , де $j=1,2,\dots,q$, таким чином, щоб сумарна площа використаних прямокутних областей була б мінімальною. При цьому задовольнялись наступні обмеження:

- кількість різних деталей в схемі розкрою для одного листа не повинна перевищувати шести;
- деталі у схемі розкрою повинні не перетинатись та розміщатись на відстані одна від одної не менше сталої величини σ ;
- деталі у схемі розкрою повинні не виходити за межі матеріалу на величину Δ ;
- вимоги до орієнтації деталей відносно матеріалу (деталі на матеріалі розміщуються в основному положенні та повернуті відносно основного положення на 180 градусів; не має обмежень на орієнтацію деталей на матеріалі.);
- кількість викроєних деталей кожного виду повинна задовольняти потребі в цих деталях.

В такій постановці задача автоматизованого проектування не має розв'язків, так як ця задача має нескінченну кількість локальних екстремумів. Тому розглянемо більш просту модель задачі, яка забезпечить ефективний пошук раціональних схем розкрою із врахуванням комплектного виходу. Для цього розіб'ємо цю задачу на дві підзадачі: генерування множини допустимих схем розкрою; вибір із множини допустимих схем розкрою тих, які забезпечуть мінімальну сумарну площу використаних для побудови для розкрійних схем прямокутних областей.

Результати та їх обговорення

Введемо поняття розкладки та секції. Розкладка R_{kjm} деталі S^j – це прямокутна область довжиною Dl_{kjm} ($0 < Dl_{kjm} < Dl_k$) та шириною Sh_{kjm} ($0 < Sh_{kjm} < Sh_k$), в якій системно розміщаються деталі S^j (рис.1.а). Кількість деталей в розкладці Q_{kjm} не повинна перевищувати потребу в них, тобто $Q_{kjm} \leq Q_j$, де Q_j – потреба в S^j деталі.

За систему розміщення у розкладці прийемо прямокутну подвійну решітку $W: na_1+ma_2+kg$ в якій вектори a_1 та a_2 паралельні осям координат прямокутної системи координат XOY , яка пов'язана із розкладкою та початок координат якої знаходиться у лівому нижньому куті розкладки.

Щільність P_{kjm} розкладки R_{kjm} – це відношення чистої площі деталей в розкладці до площі розкладки, тобто

$$P_{kjm} = Q_{kjm} \cdot S_j / (Dl_{kjm} \cdot Sh_{kjm}).$$

Секція складається із розкладок. Комбінація розкладок в секції виконується тільки по ширині матеріалу та із розкладок різних деталей. В секції може бути не більше трьох розкладок. (рис.1.б). Бажано вибирати такі комбінації розкладок в секції, щоб крайові відходи в секції були мінімальними.

Тепер можна дати математичні постановки виділених підзадач.

Підзадача «Розкладка». Для деталі S^j , де $j=1,2,..,q$, знайти прямокутну подвійну решітку $W^{kj}: na_1^{kj} + ma_2^{kj} + ng^j$ (рис.1.а) з найщільнішою укладкою деталей S^j . На базі цієї решітки спроектувати всю допустиму множину розкладок R_{kjm} , $m=1,2,..,m_k$ із шириною $Sh_{kjm} \leq Sh_k$ та довжиною $Dl_{kjm} \leq Dl_k$, щільність яких $P_{kjm} \geq P$, де P - наперед задана щільність.

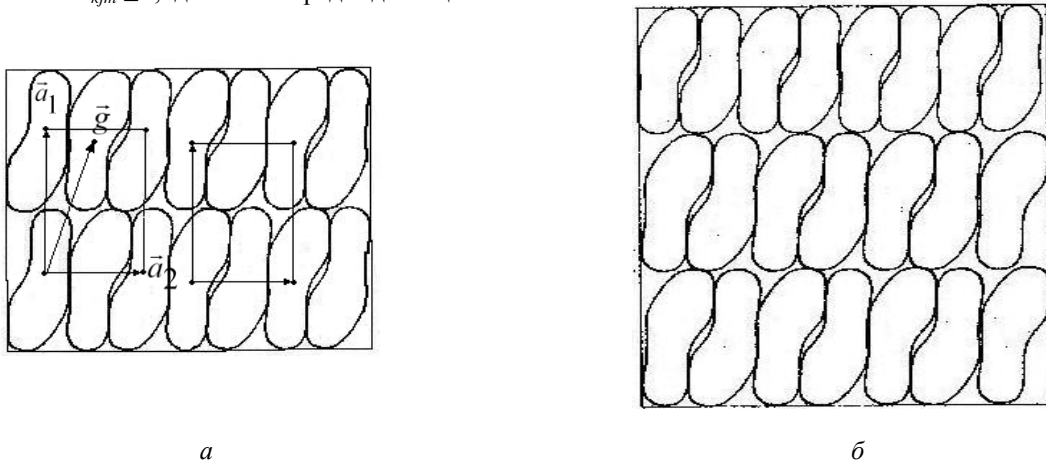


Рис. 1. Розкладка та секція

Щільність $P_{S_{kr}}$ секції \hat{S}_{kr} – це відношення чистої площі деталей в секції до площі секції, тобто

$$P_{S_{kr}} = \frac{\sum_{m=1}^{m_r} \sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^q M_{kjm} \cdot Q_{kjm} \cdot S_j}{Sh_k \cdot Dl_k},$$

де $M_{kjm} = \begin{cases} 1, & \text{коли розкладка } R_{kjm} \in \text{в секції } \hat{S}_{kr} \\ 0, & \text{коли розкладки } R_{kjm} \text{ немає в секції } \hat{S}_{kr} \end{cases}$

Ширина секції $Sh_{S_{kr}}$ завжди дорівнює ширині матеріалу, тобто $Sh_{S_{kr}} = Sh_k$, довжина секції $Dl_{S_{kr}}$ завжди дорівнює довжині матеріалу, тобто $Dl_{S_{kr}} = Dl_k$.

Підзадача «Секція». Із допустимої множини розкладок \hat{R}_{kjm} згенерувати множину допустимих секцій \hat{S}_{kr} , $r=1,2,..,r_k$, які можуть складатись із будь-яких деталей одного, двох або трьох видів вихідного комплексу. Щільність $P_{S_{kr}}$ секції \hat{S}_{kr} повинна бути більша за наперед задане значення P .

У задачі автоматизованого проектування схем розкрою листових матеріалів на деталі взуття (розкладка та секція):

- аналітичне представлення інформації про зовнішні контури розміщуваних деталей;

- аналітичний опис системи суміщення деталей у схемі розкрою;
- аналітичний опис конфігурації матеріалу із врахуванням крайових зазорів;
- аналітичний опис умов неперетину деталей з границею матеріалу;
- аналітичне представлення сталого міжшаблонного містка між деталями;
- аналітичний опис умов взаємного неперетину деталей у схемі розкрою;
- математичний опис множини допустимих розв'язків задачі;
- аналітичне представлення функції цілі.

Зупинимося більш детально на цих компонентах.

Деталі взуття представляють собою плоскі геометричні об'єкти, зовнішній контур яких в більшості випадків не може бути описаний аналітично. Тому для його представлення застосуємо кусково-лінійну апроксимацію. Тоді плоскі геометричні об'єкти будуть представляти собою багатокутники. Виберемо всередині плоского геометричного об'єкта S^j точку O (полюс деталі), в яку помістимо початок прямокутної системи координат. Тоді зовнішній контур цього об'єкту може бути представлений координатами вершин $S^j\{X_i^j, Y_i^j\}$, $i=1..n_j$.

Для однозначного представлення деталі на площині необхідно мати наступні чотири параметри:

- признак об'єкту (в нашому випадку це буде значення індексу k);
- координати полюса (Xp_k, Yp_k) плоского геометричного об'єкта S^j відносно прямокутної системи координат, що зв'язана з площиною;
- кут повороту θ_l плоского геометричного об'єкта S^j відносно його основного положення.

Листовий матеріал з врахуванням крайових зазорів математично може бути описаним наступним чином:

$$\Omega: \begin{cases} \Delta \leq x \leq Dl_k - \Delta \\ \Delta \leq y \leq Sh_k - \Delta \end{cases}$$

Аналітичний опис умов неперетину плоского геометричного об'єкта S^j з границею матеріалу представимо за допомогою опорної функції:

$$\begin{cases} H_j(\theta_l + \pi) + \Delta \leq Xp_l \leq Dl_k - H_j(\theta_l) - \Delta \\ \Delta + H_j(\theta_l + \frac{\pi}{2}) \leq Yp^k \leq Sh_k - p \frac{\sigma}{2} - H_j(\theta_l + \frac{3\pi}{2}) \end{cases}$$

де $H_j(\theta)$ - значення опорної функції для плоского геометричного об'єкта S^j при куті повороту його відносно основного положення на кут θ [1].

Аналітичне представлення сталого міжшаблонного містка між щільно розміщеними плоскими геометричними об'єктами досягається за рахунок аналітичного представлення еквідистанти зовні навколо плоского геометричного об'єкта S^j на відстані половини між лекального містка σ [2].

Для контролю взаємного розміщення деталей на площині годограф вектор-функції щільного розміщення (ГВФЩР) [3]. Якщо полюс рухомої деталі буде знаходитися на ГВФЩР, то рухома деталь буде дотикатись до нерухомої. Якщо полюс рухомої деталі буде знаходитися зовні області, яку описує ГВФЩР, то деталі не перетинаються. Якщо полюс рухомої деталі буде знаходитися всередині області, яку описує ГВФЩР, то деталі перетинаються. Ці властивості ГВФЩР дають можливість аналітично представити умови взаємного неперетину деталей, що розміщуються.

Функцією цілі в задачах «Розкладка» та «Секція» буде щільність, яка повинна бути більшою наперед заданої щільності P . Аналітичний вигляд цих функцій цілі був представлений вище.

Підзадача «Комплект». Із множини допустимих секцій \hat{S}_{kr} вибрати таку підмножину секцій \hat{S}_{kr}^* , комбінація яких утворить розкрійну схему, в якій буде врахований комплектний вихід деталей та використання матеріалу буде максимальним.

Математична постановка підзадачі «Комплект».

Введемо наступні поняття: схема розкрою та план розкрою.

Під схемою розкрою будемо розуміти щільне розміщення деталей з задоволенням технологічних вимог та потреб на листі з асортименту типорозмірів. Під планом розкрою будемо розуміти набір схем розкрою із згенерованих схем розкрою, які забезпечують комплектний вихід в деталях та мінімізують відходи при розкрою матеріалу.

Аналітичне представлення вимог комплектного виходу. Аналітичне представлення вимог комплектного виходу має вигляд

$$Q^j - \lambda \leq \sum_{k=1}^t \sum_{i=1}^{r_k} A_{ijk} \cdot x_{ik} \leq Q^j, \quad j=1,2..q,$$

де q – кількість видів деталей, для яких будується план розкрою, Q^j – потреба в j -х деталях, A_{ijk} – кількість j -х деталей в i -ій схемі розкрою для k -го типорозміру листового матеріалу, x_{ik} – кількість i -их схем розкрою k -го типорозміру листового матеріалу в плані розкрою, λ – допустиме відхилення від комплектного виходу, t – кількість типорозмірів листового матеріалу в асортименті, кількість згенерованих схем розкрою для k -го типорозміру матеріалу.

Множина допустимих розв'язків задачі. Множиною допустимих розв'язків задачі „Комплект” будуть підмножини секцій із множини згенерованих секцій \hat{S}_{is} , для яких

$$Q^j - \lambda \leq \sum_{k=1}^t \sum_{i=1}^{r_k} A_{ijk} \cdot x_{ik} \leq Q^j, \quad j=1,2..q.$$

Функція цілі. Функція цілі для задачі «Комплект» має наступний аналітичний вигляд:

$$L=f(x_{ij}, S_j, Q^j, Dl_k, Sh_k) = \sum_{k=1}^t \sum_{i=1}^{r_k} Sh_k \cdot Dl_k \cdot X_{ik} - \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^t \sum_{i=1}^{r_k} S_j \cdot A_{ijk} \cdot X_{ik} \rightarrow \min,$$

де Dl_k та Sh_k – відповідно довжина та ширина листа k -го типорозміру листового матеріалу; S_j – площа j -ої деталі; $j=1,2..q$, $k=1,2..t$ та $i=1,2..r_k$.

Висновки

На основі розглянутих компонентів математичної моделі задачі було розроблено алгоритми, які реалізовані у програмному продукті в середовищі програмування Delphi для операційної системи Windows.

Представлена розробка після незначних змін може з успіхом використовуватися в інших галузях промисловості.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Чупринка В.И., Мурженко В. С., Омельченко П.В. Алгоритм построения опорной функции для плоских геометрических объектов // Международный сборник научных трудов «

Техническое регулирование: базовая основа качества товаров и услуг», Шахты: ЮРГУЭС, . – 2010. – С. 137 – 141.

2.Чупринка В.І., Шлімович К.А. Побудова еквідистанти для плоского геометричного об'єкта / Вісник ДАЛПУ. – 2000. – №1. – С. 83 – 85.

3.Стоян Ю.Г. Размещение геометрических объектов. – К.: Наукова думка, –1975, – 175 с.