УДК 330.45

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК ПРИ ОПТИМІЗАЦІЇ КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ БАНКУ

Б.Ю. КИШАКЕВИЧ

Дрогобицький державний педагогічний університет ім. Івана Франка

У статті зроблено постановку двох задач оптимізації кредитного портфеля із трьома цільовими функціями: ризиком, диверсифікації та дохідності портфеля. Розроблено методику їх розв'язання з використанням методу експертних оцінок.

Проблематиці портфельної оптимізації присвячено багато досліджень, проте оптимізація кредитного портфеля має низку особливостей через специфіку процесу ціноутворення кредиту та додатковим обмеженням, пов'язаним із обмеженістю кредитних ресурсів, мінімального ризику на одного позичальника тощо. Все це вимагає додаткового вивчення та адаптації сучасних методик оптимізації портфеля активів для випадку кредитного портфеля.

Об'єкти та методи дослідження

Об'єктом даного дослідження є кредитно-інвестиційна діяльність банку, предметом - методи багатокритеріальної оптимізації кредитного портфеля. Проблема застосування методу експертних оцінок при багатокритеріальній оптимізації не є новою. В роботах Б. Банді [1] Ю.А. Козак [2], Е.П. Гурницкої [2] досліджуються методи обробки експертних оцінок в задачах багатопараметричної оптимізації. Дослідження А. А. Лобанова [3], А.С. Чугунова [3], Йонг Кіма [4], Олівера де Века [4], Б.Ю. Кишакевича [5] присвячені практичним аспектам застосування економіко-математичного моделювання загалом, і методу зважених множників зокрема у портфельній оптимізації.

Постановка завдання

Метою статті є постановка задач багатокритеріальної оптимізації кредитного портфеля із трьома критеріями: ризику, диверсифікації та дохідності і розробка алгоритмів їх розв'язання з допомогою методу експертних оцінок.

Результати та їх обговорення

Розглянемо конкретний приклад формування оптимального кредитного портфеля. Нехай необхідно сформувати кредитний портфель на основі поданих позичальниками кредитних заявок терміном на 1 рік $i=1,...,N$ об'ємом $V_1,..., V_N$ грошових одиниць. V – вільні кредитні ресурси банку. Нехай PD_i – ймовірність дефолту i-го позичальника за горизонт часу 1 рік.

Використання в ролі активів банківських позик накладає певні обмеження на частки капіталу**,** який буде вкладено в ці активи. Справа в тому, що, по-перше, придбання таких активів (у нашому випадку надання позик) обмежене обсягом V_i кредитної заявки позичальника, по-друге, наявний вільний капітал інвестора (у нашому випадку банку) також обмежується величиною наявних вільних кредитних ресурсів. Будемо вважати, що банк може частково задовольнити кредитну заявку V_i позичальника. Нехай z_i − частка кредитних ресурсів банку, яку буде надано у вигляді кредиту і-му позичальнику. Очевидно, що $z_i \le w_i$, де $w_i = \frac{V_i}{V}$. Нехай σ_i^2 – дисперсія дохідності і-ї позики, ρ_{ij} – кореляція дохідностей і-ї та j-ї позик. Розглянемо задачу багатокритеріальної оптимізації такого кредитного портфеля:

$$D = \sum_{i,j=1}^{N} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} z_i z_j \rightarrow \min \tag{1}$$

$$Q = \sum_{i,j(i \neq j)} z_i z_j \rho_{ij} \rightarrow \min \tag{2}$$

$$P = -\sum_{i=1}^{N} y_i z_i \rightarrow \min \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = 1 \tag{4}$$

$$0 \leq z_i \leq w_i \; (i = 1,....,N) \tag{5}$$

Розглянемо випадок, коли до банку поступило 30 кредитних заявок від різних позичальників, які представляють 6 різних галузей економіки (по 5 позичальників із кожної галузі). Позичальники з номерами з 1 по 5 – галузь 1, з номерами 6 по 10 – галузь 2 і т.д. (табл.1). Припустимо, що кореляція дохідності і-ї та j-ї позик – ρ_{ij}=0,7, для позичальників із однієї галузі, а для представників різних галузей – ρ_{ij} = 0,2.

Таблиця 1. **Список заявок на отримання кредиту**

№ позичальника	Ймовірн. дефолту, PD_i	W_i	№ позичальника	Ймовірн. дефолту, PD_i	W_i	№ позичальника	Ймовірн. дефолту, PD_i	W_i
1	0,05	0,1	11	0,15	0,1	21	0,25	0,1
2	0,12	0,05	12	0,2	0,1	22	0,18	0,14
3	0,15	0,1	13	0,05	0,06	23	0,08	0,06
4	0,15	0,14	14	0,17	0,1	24	0,2	0,1
5	0,2	0,05	15	0,15	0,1	25	0,25	0,08
6	0,11	0,1	16	0,12	0,11	26	0,17	0,1
7	0,17	0,05	17	0,18	0,11	27	0,25	0,08
8	0,15	0,07	18	0,2	0,13	28	0,08	0,13
9	0,1	0,07	19	0,15	0,1	29	0,18	0,14
10	0,09	0,05	20	0,07	0,05	30	0,12	0,21

Перед тим, як нормалізувати наші критерії необхідно визначити дисперсію σ_i^2 дохідності та саму дохідність і-ї позики уі. Для отримання числових значень σ_i^2 та мінімально необхідної дохідності y_i скористаємось підходом, запропонованим автором у роботі [5].

Для нормалізації критеріїв задачі (1) – (5) використаємо точки Utopia та Nadir [4]:

$$\varphi_k^N(X) = \frac{\phi_k(X) - z_k^U}{z_k^N - z_k^U} \tag{8}$$

де $z_i^U = \phi_i(X^{[i]}), \grave{a}\acute{a}\hat{i}\ z_i^U = \arg\min_X \{\phi_i(X) : X \in D_X\}$. Тут φ_i - і-й критерій оптимальності. Для задачі (1) – (4) отримаємо $z^U = (0.0198,\ 0.2,\ -0.2265)$ та $z^N = (0.0533,\ 0.6008,\ -0.1850)$. Використавши тепер метод зважених множників багатокритеріальна задача оптимізації кредитного портфеля (1)-(5) звелась до задачі умовної квадратичної оптимізації зі скалярним критерієм оптимальності F та обмеженнями (10)-(4)-(5):

$$F = \lambda_1 \frac{\sum_{i,j=1}^{N} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} z_i z_j - 0.0198}{0.0335} + \lambda_2 \frac{\sum_{i,j(i\neq j)}^{N} \rho_{ij} z_i z_j - 0.296}{0.4008} + \lambda_3 \frac{-\sum_{i=1}^{N} y_i z_i + 0.2265}{0.0415} \to \min \quad (9)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \quad (10)$$

Тут λ_i – показники важливості критеріїв (ризику, диверсифікації та дохідності портфеля), вибір яких залежить у першу чергу від особи, що приймає рішення (ОПР). Як правило це є топ-менеджер, який є відповідальним за кредитно-інвестиційну політику банку.

Розглянемо також задачу оптимізації структури кредитного портфеля, у якій величина ризику ототожнюється не з дисперсією дохідності портфеля, а із Value at risk (VaR). Припустивши, що дохідність портфеля є нормально розподіленою, ми можемо скористатись тим фактом, що VaR, який фактично є α-квантилем розподілу дохідності (збитковості), а отже, може бути представлений у вигляді $VaR_\alpha = \mu + \sigma\Phi^{-1}(\alpha)$ (див. [3]) де μ-середнє значення збитків портфеля, а σ2 – дисперсія збитковості (дохідності) кредитного портфеля. Для вищерозглянутого кредитного портфеля можна записати:

$$VaR_\alpha = -\sum_{i=1}^{N} y_i z_i + \Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{\sum_{i,j=1}^{N} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} z_i z_j}$$

Паралельно із задачею (1) – (4) будемо шукати оптимальний портфель для задачі (15), (2) – (5):

$$-\sum_{i=1}^{N} y_i z_i + \Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{\sum_{i,j=1}^{N} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} z_i z_j} \to \min \quad (11)$$

Розглянемо випадок, коли α=0,05 ($\Phi^{-1}(\alpha) = 1{,}645$) та знайдемо відповідні точки Utopia та Nadir $: z^U = (0.0455, 0.2, -0.2265)$, $z^N = (0.1532, 0.2646, -0.1886)$. Використавши знову метод зважених множників, отримаємо умовну нелінійну задачу оптимізації зі скалярним критерієм оптимальності H:

$$H = \lambda_1 \frac{-\sum_{i=1}^{N} y_i z_i + 1.645\sqrt{\sum_{i,j=1}^{N} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} z_i z_j} - 0.0455}{0.1007} - + \lambda_2 \frac{\sum_{i,j(i\neq j)}^{N} \rho_{ij} z_i z_j - 0.2}{0.0646} + \lambda_3 \frac{-\sum_{i=1}^{N} y_i z_i + 0.2265}{0.0379} \to \min \quad (12)$$

та обмеженнями (10) – (12). Наступним кроком у методі зважених множників є визначення коефіцієнтів ваг кожного із критеріїв - ризику, диверсифікації та дохідності портфеля. Одним із найпопулярніших методів є використання оцінок експертів. Всю інформацію можна представити у вигляді матриці $A = \{a_{ik}\} i = 1 \ldots n, k = 1 \ldots N$, де n – кількість критеріїв, N – кількість експертів. Кількість рядків матриці відповідає кількості експертів, а стовпців – кількості критеріїв оптимізації (у нашому випадку 3). На практиці здебільшого застосовують наступні методи визначення експертних оцінок.

1) <u>Безпосереднє визначення коефіцієнта ваги.</u> У цьому методі кожен і-й експерт для кожного k-го критерію повинен визначити вагу a_{ik}, таким чином, щоб $\sum_{i=1}^{N} a_{ik} = 1$. Для одержання значення вагових коефіцієнтів λ_i скористаємось наступною формулою:

$$\lambda_i = \frac{\sum_{k=1}^{N} a_{ik}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}} = \frac{\sum_{k=1}^{N} a_{ki}}{N} \tag{13}$$

Проте, практика показала, що коли k>3 виникають певні труднощі із забезпеченням рівності 1 суми усіх елементів рядків матриці *A*. Для того, щоб уникнути виконання цієї вимоги можна використати наступний метод.

2) <u>Оцінка важливості параметрів у балах.</u> При оцінці важливості параметрів у балах кожен експерт оцінює критерії за десятибальною шкалою. При цьому оцінка, назначена експертом кожному критерію, не пов'язана із оцінками, які він назначає іншим критеріям, тобто він може оцінити різні критерії однаково. Після того, як критерії отримали оцінки експертів, визначається відносна значимість всіх критеріїв, зокрема, для кожного експерта. Нехай $A = \{a_{ik}\} i = 1 \ldots n, k = 1 \ldots N$ – матриця оцінок критеріїв. a_{ik} – цілочисельна оцінка, отримана к-им критерієм від і-го експерта: $0 \le a_{ik} \le 10$. Побудуємо матрицю $W = \{w_{ik}\} i = 1 \ldots n, k = 1 \ldots N$, елементи якої представляють відносну значимість усіх критеріїв, зокрема, для кожного експерта $w_{ik} = \frac{a_{ik}}{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}}$. На основі матриці W можна одержати середнє значення оцінки λi для кожного критерію в (9) та (12): $\lambda_i = \frac{\sum_{k=1}^{N} w_{ki}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}}$

3) <u>Метод попарних порівнянь.</u> Попарне порівняння проводиться здебільшого, коли кількість критеріїв є великою і безпосередня оцінка чи ранжування не забезпечують їх розумного упорядкування. У літературі можна зустріти багато інтерпретацій цього методу. Ми пропонуємо наступний підхід застосування попарної оцінки важливості критеріїв, який може бути легко реалізованим при оптимізації кредитного портфеля із трьома і більше критеріями. У цьому методі для кожного j-го експерта складають окрему матрицю переваг $A^j = \{a_{ik}^j\} i = 1 \ldots n, k = 1 \ldots n$, у якій фіксуються оцінки попарних порівнянь критеріїв. Якщо k-й критерій важливіший ніж j-й, то в клітинці на перетині j-його рядка та k-го стовпця ставлять 1, інакше – 0. Якщо j = k, тоді $a_{ii}^j = 0$. Нехай $m_i^j = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}^j \; i = 1 \ldots n$ – кількість випадків, коли і-ий критерій виявився важливішим. Сформуємо із усіх сум рядків матриці A^j вектор

$M^j = \{m_i^j\} i.j = 1...n$. Можна переконатись, що $\sum_{i=1}^{n} m_i^j = \frac{n(n-1)}{2}$. Отримавши оцінки від усіх N експертів у вигляді матриць A^j та M^j можна сформувати загальну матрицю переваг, $A = \{a_{ik}\}$, де $a_{ik} = m_k^i \ (i = 1...N, k = 1...n)$. Тепер ми можемо знайти коефіцієнт ваги кожного критерію λ_i за формулою $\lambda_i = \frac{\sum_{k=1}^{N} a_{ki}}{\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{n} a_{ki}}$. Наступним важливим етапом визначення оптимального портфеля є аналіз погодженості оцінок експертів, який має на меті перевірку достовірності цих оцінок та виявлення причин їх неоднорідності. Отримані від експертів оцінки можуть розглядатись як випадкові величини, а отже, для аналізу розкиду оцінок можна використовувати статистичні характеристики:

Середнє значення оцінок для k-го критерію $\overline{a}_k = \frac{\sum_{i=1}^{N} a_{ik}}{N}$

Середньоквадратичне відхилення для k-го критерію $\sigma_k = \sqrt{n\sum_{i=1}^{N}(a_{ik})^2 - (\sum_{i=1}^{N} a_{ik})^2 \Big/ N(N-1)}$

Коефіцієнт варіабельності $v_k = \frac{N\sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{N}(a_{ik})^2 - (\sum_{i=1}^{N} a_{ik})^2}{N(N-1)}}}{\sum_{i=1}^{N} a_{ik}}$

При $v_k < 0,2$ оцінки експертів можна вважати погодженими. При $v_k > 0,2$ доцільно провести із експертами додатковий аналіз досліджуваного критерію, після чого повторити експертизу.

– Коефіцієнт конкордації Кендалла $W = \frac{12}{N^2(n^3 - n)}\sum_{i=1}^{n}(\sum_{j=1}^{N} R_{ij} - \frac{N(n+1)}{2})^2$. Тут $R_{ij} \in \{1,..., n\}$ - ранг i-го критерію в j-го експерта. Коефіцієнт конкордації Кендалла приймає значення від 0 до 1. Причому він рівний 1 при максимальній погодженості і 0 при мінімальній [6]. Для перевірки статистичної значущості оцінок експертів можна використати той факт, що $n(N-1)W$ має розподіл хі-квадрат із (n – 1) ступенями свободи при великих n. При $n(N-1)W > X^2_{n-1,\alpha}$ нульова гіпотеза про відсутність статистичного зв'язку між оцінками повинна бути спростована із рівнем значущості рівним α.

Після того, коли нами отримано вагові коефіцієнти можна переходити до розв'язування двох задач нелінійної оптимізації кредитного портфеля: задачі 1 – (9) – (4) – (5) та задачі 2 – (12) – (4) – (5).
У першому випадку ми маємо задачу квадратичного програмування, а у другому – нелінійного.

Висновки

У статті було вперше зроблено постановку двох задач оптимізації кредитного портфеля банку із трьома цільовими функціями: ризику, диверсифікації та дохідності, та запропоновано методику її розв'язання, після попередньої нормалізації, з допомогою методу зважених множників. В ролі показника ризику нами було використано в одній задачі дисперсію дохідності, а в другій VaR (Value at risk) портфеля, який ми отримали з допомогою коваріаційного методу. Аналіз підходів до проведення експертної оцінки у випадку кредитного портфеля із трьома критеріями оптимальності показав, що найпростішим методом є безпосереднє визначення коефіцієнтів ваги кожного критерію, тоді як для задач із більшою кількістю цільових функцій більш ефективними підходами є оцінка важливості параметрів у балах та попарне порівняння критеріїв.

ЛІТЕРАТУРА

1. Банди, Б. Методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ. [Текст]// Б. Банди / М.: Радио и связь, 1988. – 128 с
2. Козак, Ю.А. Метод обработки экспертных оценок весовых коэффициентов в многопараметрической оптимизации [Текст] // Ю.А. Козак., Е.П. Гурницкая / Труды Одесского политехнического университета. Научный и производственно-практический сборник по техническим наукам / Выпуск 3.1999. с 134-140.
3. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / Под ред. А. А. Лобанова, А.С. Чугунова – 4-е издание – М.: Альпина Бізнес Букс. 2009.- 932 с.
4. Kim Yong. Adaptive Weighted Sum Method for Multiobjective Optimization // Yong Kim, Olivier de Weck / 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference 30 August - 1 September 2004, Albany, New York p. 13
5. Кишакевич, Б.Ю. Оптимізація структури кредитного портфеля // Б.Ю. Кишакевич / Вісник Львівської державної фінансової академії / Львів, 2009. –№ 17. – с.253-261
6. Харченко, М.А. Корреляционный анализ. Учебное пособие для вузов. [Текст] / М.А. Харченко. – Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета. 2008. – 31 с.

Надійшла 21.10.2010

УДК 65:681.51

СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО ВИЗНАЧЕННЯ ПОНЯТТЯ «ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА ПІДПРИЄМСТВА»

О. Л. КОРОЛЬОВ, О. М. ПОХІЛЬКО

Таврійський національний університет ім. В.И. Вернадського

У статті розглянуто питання сучасних підходів до визначення поняття «Інформаційна система підприємства». В основу запропонованого тлумачення поняття покладено концепцію сервісного управління процесом функціонування інформаційних систем та інформаційного сервісу. Проводиться аналіз існуючих визначень поняття «Інформаційна система». Запропоновано визначення інформаційної системи підприємства як техніко-соціально-економічної системи. Ключові слова: інформаційна система, інформаційний сервіс, сервісне управління.

У сучасних умовах розвитку інформаційних технологій та інформаційних систем, їх інтенсивного впровадження в діяльність підприємств, все більш очевидною є залежність осіб, що приймають рішення, від надійності та ефективності їх функціонування. Більш того, сучасні інформаційні