УДК 685.3

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ СУМІЩЕННЯ СЕКЦІЙ РОЗКРІЙНОЇ СХЕМИ

В.І. ЧУПРИНКА, О.О. ХОМЕНКО, Л.Т. СВІСТУНОВА

Київський національний університет технологій та дизайну

У роботі представлено метод визначення щільного суміщення секцій розкрійної схеми. Задача визначення оптимальної послідовності суміщення секцій зведена до задачі комівояжера та представленої у виді математичної моделі

Часто розкрійна схема складається з окремих схем, які надалі будуть називатися секціями. Секції при побудові розкрійної схеми стикуються прямокутниками, що описані навколо них. Проте, не завжди є раціональним, оскільки в цьому випадку не всі секції суміщені щільно (рис. 1).

Об'єкти та методи дослідження

Об'єктами дослідження є щільні схеми суміщення взуттєвих деталей складної конфігурації. Методами дослідження є методи аналітичної геометрії, обчислювальної математики та автоматизації технологічної підготовки взуттєвого виробництва.

Постановка завдання

Математичну постановку задачі можна сформулювати наступним чином: для перестановки $\mu=[\hat{S}^1, \hat{S}^2 \ldots \hat{S}^q]$ секцій, знайти таку перестановку $\mu^* \in \mu$, коли утворена розкрійна схема при щільному суміщенні секцій матиме найменшу довжину, тобто $L^* = L(\mu^*) = \min\limits_{\mu}(L(\mu))$.

Результати та їх обговорення

Дану задачу можна розбити на такі підзадачі:

1. визначення лінійного ефекту від щільного суміщення двох довільних секцій $\hat{S}^i$ та $\hat{S}^j$;
2. пошук оптимальної перестановки секцій.

Розв'язок першої підзадачі наведено нижче. Нехай координати полюсів деталей будуть Xp_k^j, Yp_k^j, де $k=1..n(j)$ і довжина j–ї секції $\hat{S}^j$ дорівнює Dl_s_j. Для щільного суміщення j–ї та i –ї секцій $\hat{S}^i$ необхідно знайти нові координати полюсів Xp_k^i, де $k=1..n(i)$. Їх значення можна визначити як $Xp_k^i + Dl\_s_j$ для стиковки без урахування можливості щільного суміщення секцій. Для щільного суміщення попередньо стикованих секцій необхідно знайти праву границю j–ї секції та ліву границю i –ї.

Нехай $Dl\_d_j(Dl\_d_i)$ – довжина прямокутника, описаного навколо деталі $S^j(S^i)$ (рис. 1). Тоді правою границею деталі G_{jt}^R, $t=1,2\ldots t_R$ буде вважатися контур деталі, який знаходиться праворуч від опорної прямої, що проведена на відстані $Dl\_d_j/2$ від правого краю $\hat{S}^j$ та паралельно вісі $0Y$. Лівою границею деталі G_{it}^L, $t=1,2\ldots t_L$ називається частина її контуру, який знаходиться ліворуч від опорної прямої, що проведена на відстані $Dl\_d_i/2$ від лівого краю $\hat{S}^i$ та паралельно вісі $0Y$. Права границя $\hat{S}^j$ складається із правих границь G_{jt}^R, $t=1,2\ldots t_R$ деталей, для яких виконується нерівність

$Xp_k^j > Dl\_s_j - Dl\_d_j$ (рис. 2). Ліва границя $\hat{S}^i$ складається з лівих границь деталей G_{it}^L, *t=1,2…t*$_L$, для яких виконується нерівність $Xp_k^i < Dl\_d_i$ (рис. 1).

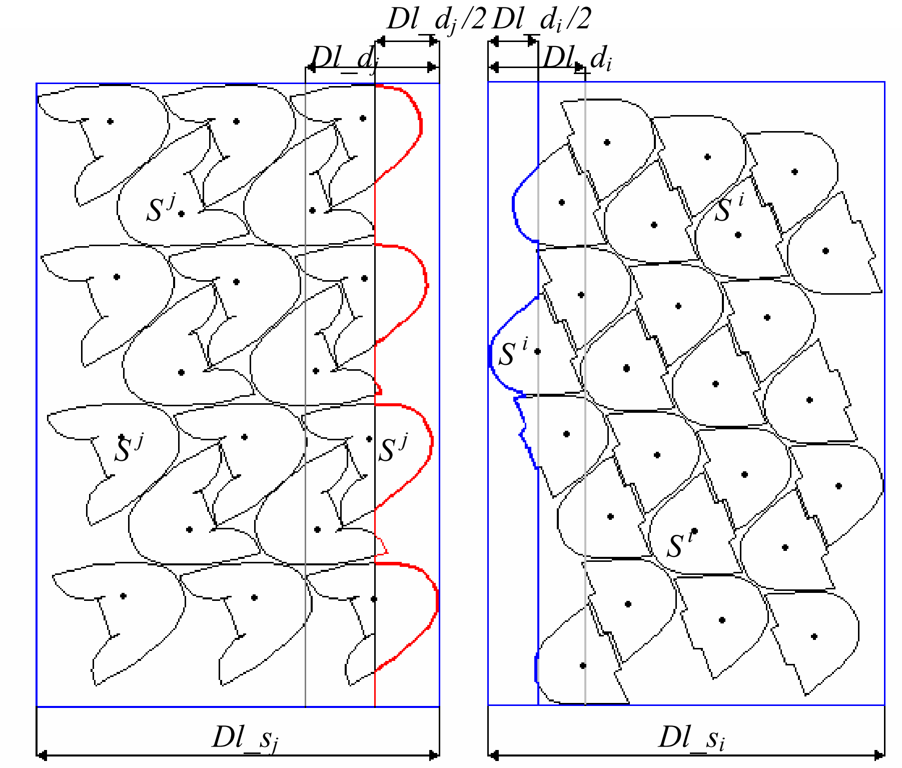

Рис. 1 **Секції** $\hat{S}^j$ **та** $\hat{S}^i$ **до суміщення**

Ліву границю G_{it}^L, *t=1,2…t*$_L$ секції $\hat{S}^i$ утворять частини деталей, полюс яких задовольняє такій умові: $Xp_k^i < Dl\_d_i$, а праву границю G_{jt}^R, *t=1,2…t*$_R$ секції $\hat{S}^j$ утворять деталі, полюс яких задовольняє такій умові: $Xp_k^j < Dl\_s_j - Dl\_d_j$. Тоді ліву границю G_i^L для секції $\hat{S}^i$ можна представити як об'єднання лівих границь деталей S^i, тобто $G_i^L = \bigcup_{t=1}^{t_L} G_{it}^L$, а праву границю G_j^R для секції $\hat{S}^j$ –як об'єднання правих границь деталей S^j, тобто $G_j^R = \bigcup_{t=1}^{t_R} G_{it}^r$.

Для кожної лівої границі G_i^L визначаються точки, для яких координата *X* досягає локального мінімуму. Нехай це буде масив точок $A_к(Xa_k, Ya_k)$, *k=1,2..k*$_i$ (рис. 2-3). Для кожної правої границі G_j^R визначаються точки, для яких координата *X* досягає локального максимуму. Нехай це буде масив точок $B_к(Xb_k, Yb_k)$, *k=1,2..k*$_j$. З кожної точки $A_к(B_к)$ проводиться пряма, паралельна вісі *OX* до перетину з лівою границею G_i^L (правою границею G_j^R) *і (j)* – ї секції (рис. 1-3). Визначається довжина відрізків $A_кO_к=\delta_к^1$, $к=1,2..к_j$ ($B_кO_к=\delta_к^2$, $к=1,2..к_i$).

Величина $\delta_{ji} = min(\delta^1, \delta^2)$, де $\delta^1 = \min\limits_{k=1,2..k_j}(\delta_k^1)$ та $\delta^2 = \min\limits_{k=1,2..k_i}(\delta_k^2)$ є шуканим лінійним ефектом від щільного суміщення *i*-ї секції з *j* - ю (рис. 3). Тоді координати полюсів деталей в секції $\hat{S}^i$ після щільного суміщення з секцією $\hat{S}^j$ приймуть наступний вигляд (1):

$$\begin{aligned} Xp_k^{Hob_i} &= Xp_k^i + Dl\_s_j - \delta_{ji} \\ Yp_k^{Hob_i} &= Yp_k^i, \quad k \in [1, h_i] \end{aligned} \tag{1}$$

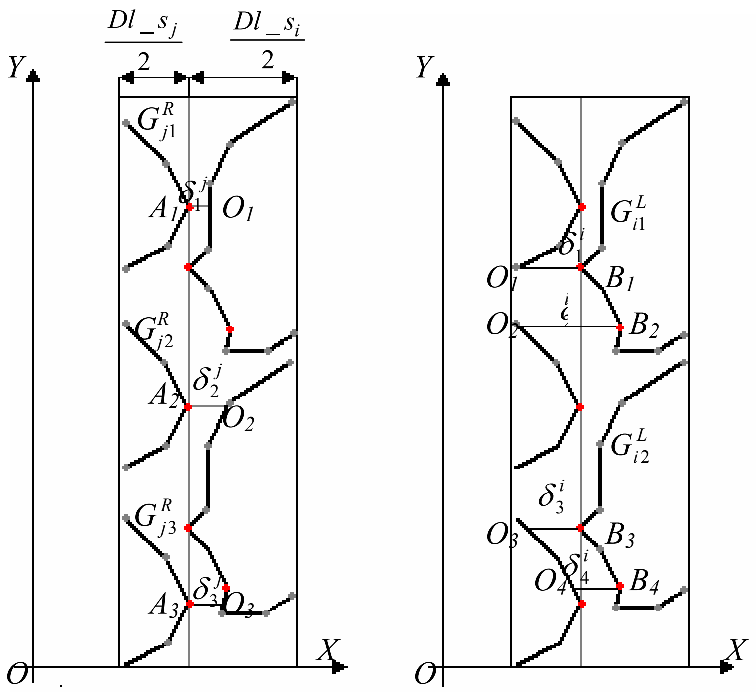

Рис. 2. **Величина δ можливого зсуву секцій**

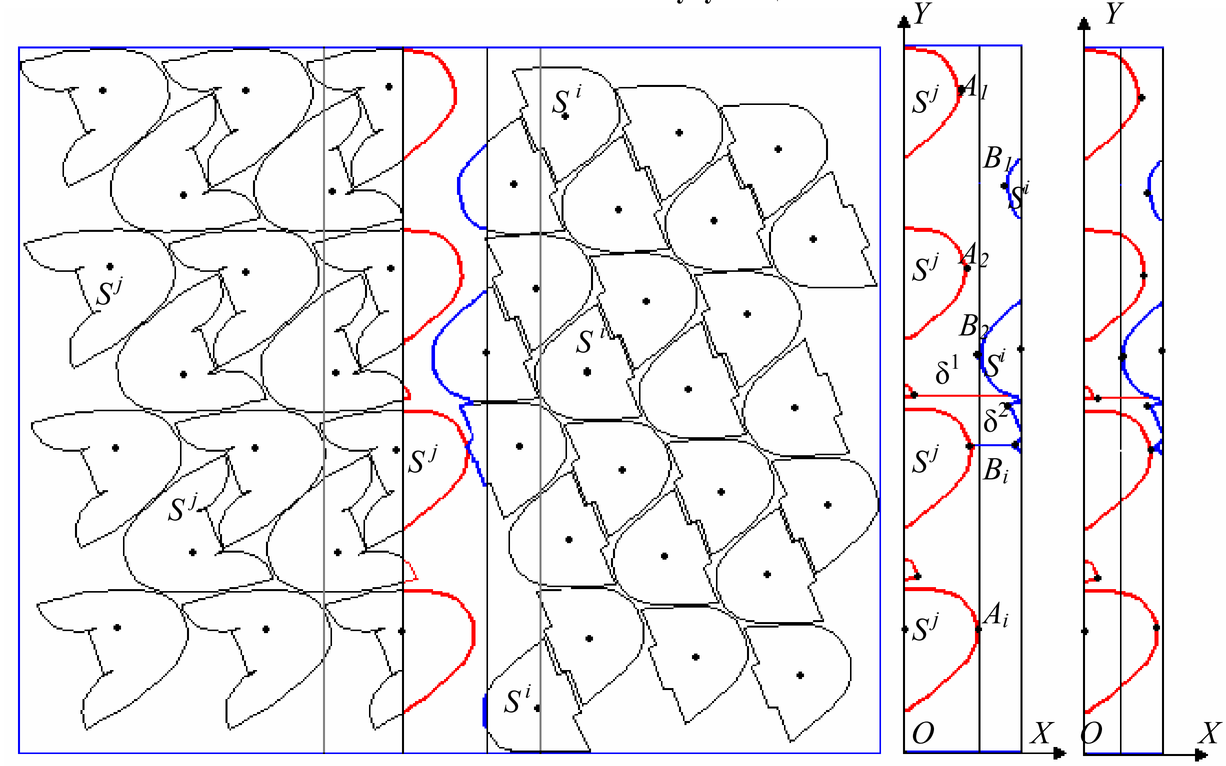

Рис. 3. **Секції** $\hat{S}^j$ **та** $\hat{S}^i$ **після суміщення**

Необхідно пам'ятати, що лінійний ефект δ_{ij} визначає щільне суміщення секцій $\hat{S}^j$ до $\hat{S}^i$, а лінійний ефект δ_{ji} – щільне суміщення секції $\hat{S}^i$ до $\hat{S}^j$, тобто $\delta_{ij} \neq \delta_{ji}$.

Далі наведено розв'язок другої підзадачі пошуку оптимальної перестановки секцій. Математичну модель підзадачі можна представити наступним чином. Треба мінімізувати функцію (2)

$$L = \left(\sum_{i=1}^{q} Dl\_s_i - \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \delta_{ij} \cdot x_{ij} \right) \to \min \quad (2)$$

при обмеженнях (3)-(7):

$$\sum_{i=1}^{q} x_{ij} = 1 \qquad j \in [1, q] \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{q} x_{ij} = 1 \qquad i \in [1, q] \quad (4)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ або } 1 \qquad i, j \in [1, q] \quad (5)$$

$$\delta_{ij} = \infty \text{ при } i=j \quad (6)$$

$$p_i - p_j + (q-1) \cdot x_{ij} \le q - 2 \quad i, j \in [2, q] \quad (7)$$

Змінна $x_{ij} = 1$, якщо $\hat{S}^i$ та $\hat{S}^j$ розташовані поряд, і $x_{ij} = 0$ –в іншому випадку. Обмеження (7) означає, що жоден незв'язний маршрут графу не задовольняє цій системі, де p_i, p_j – довільні дійсні числа.

Цю задачу можна звести до задачі комівояжера, якщо ввести наступні позначення: $L_0 = \sum_{i=1}^{q} Dl\_s_i$

Тоді, $L_k = \sum_{i=1}^{q} Dl\_s_i - \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \delta_{ij} \cdot x_{ij} = L_0 - \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \delta_{ij} \cdot x_{ij} = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \left(\frac{L_o}{q} - \delta_{ij} \right) \cdot x_{ij}) = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \chi_{ij} \cdot x_{ij}$

де

$$\chi_{ij} = \frac{L_0}{q} - \delta_{ij} \quad (8)$$

Після цього математичну модель задачі можна представити наступним чином:

$$L^* = \min_{\mu}(L_k) = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \chi_{ij} \cdot x_{ij} \to min \quad (9)$$

при обмеженнях (3)-(7).

Задачу пошуку оптимальної перестановки секцій також можна сформулювати, а саме, максимізувати сумарну величину лінійних ефектів за рахунок щільного суміщення секцій, тобто $L_1 = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \delta_{ij} \cdot x_{ij} \to max$, тоді для знаходження гамільтонового контуру максимальної довжини достатньо розв'язати задачу комівояжера попередньо перетворивши довжини дуг графа. Нехай *M*–найбільша довжина дуги графу. Слід для кожної дуги виконати таке

$$\delta_{ij}' = M - \delta_{ij} \quad (10)$$

Отже, гамільтонів контур мінімальної довжини, що складається з перетворених дуг δ_{ij}' є еквівалентним гамільтоновому контуру максимальної довжини, що складається із δ_{ij}.

Тоді функція цілі

матиме вид $$L_1^* = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\delta_{ij}{}' \cdot x_{ij} \to min \quad (11)$$

при обмеженнях (3)-(7), але в (6) замість δ_{ij}, слід підставити δ'_{ij}.

Таким чином, постає задача пошуку мінімального маршруту від даної секції $\hat{S}_к$, який проходить через усі секції $\hat{S}_1$, $\hat{S}_2$... $\hat{S}_q$. Згенеровані секції зручно представити у вигляді орієнтованого графу *G*, вершинами якого є секції $\hat{S}_k$, *к=1,2...q*., а вага ребер визначається як у виразі (8) для першої моделі та як у виразі (10) для другої. Граф повинен бути сильно зв'язним, щоб існувала можливість переходу між будь-якими двома вершинами. Відома також початкова вершина $\hat{S}_k$, *к=1,2...q*.

Отже, вище запропоновано дві математичні моделі задачі про комівояжера. В результаті розв'язання будь якої з них, буде отримано оптимальний порядок суміщення секцій у розкрійній схемі. Методи розв'язку цих задач поділяються на такі, що завжди призводять до знаходження оптимального розв'язку, але можуть потребувати для цього недопустиму кількість операцій (наприклад, метод гілок та меж), і такі, що не завжди знаходять оптимальний розв'язок, але потребують допустиму кількість операцій (наприклад, метод послідовного покращення розв'язку, алгоритм мурашиної колонії та інші).

Оптимальний гамільтонів контур є розв'язком задачі про комівояжера в тому випадку, коли для кожної пари вершин графу ($\hat{S}_i$, $\hat{S}_j$) виконується умова $\chi_{ij} \le \chi_{ig} + \chi_{gj}$ ($\delta'_{ij} \le \delta'_{ig} + \delta'_{gj}$) для 1-ї (2-ї) моделі[1].

Для розв'язку задачі за методом гілок та меж необхідно виконати такі і пункти*

1. Перевірити, чи виконуються умови існування для графу *G* гамільтонового контуру. Якщо гамільтонів контур існує–перейти до кроку 2;
2. Визначити спосіб розбиття області допустимих розв'язків на підобласті менших розмірів(галуження). В данному випадку доцільним є розбиття області на дві: одна містить маршрути під задач з деяким переїздом, а друга містить усі маршрути без цього переїзду;
3. Розрахувати нижню границю довжини оптимального гамільтонового контуру шляхом розв'язку задачі про призначення або за алгоритмом побудови потоку мінімальної вартості;
4. Визначити оптимальний гамільтонів контур.

Слід зазначити, що при створенні матриці що відповідає розмірності графа, необхідно врахувати те, що якщо першою буде секція $\hat{S}_k$, *k=1,2...q*, тоді вважається, що $\chi_{kj} = M$ ($\delta'_{kj} = M$), де *j=1,2...q, j≠k*, та $\chi_{kk} = \infty$ ($\delta'_{kk} = \infty$).

Розв'язком задачі буде оптимальна перестановка секцій μ_k^*, яка починається із секції $\hat{S}_к$, *к=1,2...q* та проходить через усі секції $\hat{S}_1$, $\hat{S}_2$... $\hat{S}_q$. Визначаються всі оптимальні маршрути μ_k^*, коли початковою є секція $\hat{S}_к$, *к=1,2...q*, а потім серед цих локально оптимальних маршрутів μ_k^* шукається такий маршрут μ^*, для якого $L^* = \min_{i=1..q}(L_i^*)$.

*___________________

Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. – М.: Мир. – 1981. – 324 с.

Висновки

У роботі запропоновано метод визначення щільного суміщення секцій розкрійної схеми. Задачу визначення оптимальної послідовності суміщення секцій зведено до задачі про комівояжер, яку наведено у вигляді математичної моделі, описаної співвідношеннями (3)-(11).

Надійшла 15.10.2009

УДК 510.5

ОБЧИСЛЮВАЛЬНА СХЕМА АЛГОРИТМІВ ПОСЛІДОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ, ЩО МІНІМІЗУЄ ПОШУКИ В ДЕРЕВІ ВАРІАНТІВ

В.М. ЯХНО, Г. В. МЕЛЬНИК

Київський національний університет технологій та дизайну

Повідомлення1

Теоретичне обґрунтування алгоритму

Запропоновано обгрунтування алгоритмів розв'язку задачі дискретного програмування, що базується на обчислювальній схемі гілок та границь, що є алгоритмами сортування дерева варіантів, що поєднані з алгоритмами елімінації недопустимих та неоптимальних варіантів, а також алгоритмах розділення дискретних множин, які визначені в евклідовому просторі. Показано, що можливою є обчислювальна схема, яка не потребує пошуку в дереві варіантів та обчислення границь

Об'єкти та методи дослідження

Алгоритми аналізу задач дискретного програмування, що базуються на ідеології гілок і границь та динамічного програмування (на цих обчислювальних схемах базуються майже всі відомі алгоритми винятком алгоритмів відтинання Гоморі) є алгоритмами перебору варіантів. Пошук найбільш перспективних варіантів разом з обчисленням границь є одним з найважливіших факторів, що визначають ефективність алгоритму. Тому представляється доцільним формулювання задачі визначення оптимального розв'язку таким чином, щоб зменшити витрати обчислень для розрахунків значень оцінок цільової функції та позбутись трудомісткої громіздкої операції сортування висячих вершин дерев розв'язків.

Постановка завдання

Розглядається задача максимізації функції $f_0(x)$ дискретного аргументу x, $x \in E_n$, $x^t = \{x_1,...,x_j,...,x_n\}$, або визначення значень X, а саме:

$$x^* = \arg\max_{x \in G} f_0(x), \tag{1}$$

на скінченій множині G, яка задається таким чином:

$$G = Q \cap G_1 \cap G_2 \cap ... \cap G_i \cap ... \cap G_m, \tag{2}$$

$$Q = [x / x_j \in Q_j, Q_j = \{h_{j1}, h_{j2}, ..., h_{jN}\}], \; G_i = [x / f_i^н \le f_i(x) \le f_i^в]. \tag{3}$$