

### Література

1. Бондарь А. Г., Статюха Г. А., Потяженко И. А. Планирование эксперимента при оптимизации процессов химической технологии. – Киев, Высшая школа, 1980, 264 с.
2. Сидняев Н. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. – М.: Юрайт, 2012, 400 с.
3. Мейерс С. Эффективный и современный C++. М.: Вильямс, 2016. – 304 с.

РЕЗАНОВА В.Г., ХАЙЛОВСЬКА А.Д.

### ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

REZANOVA V. G., KHAILOVSKA A.D.

#### SOFTWARE FOR VERIFICATION MATHEMATICAL MODEL ADEQUACY

*The article discusses the theoretical approaches and creating software to verify the adequacy of the mathematical model. Adequacy - the degree of compliance with the results obtained when testing the developed mathematical model, experimental data or test problem. Testing is needed to validate the simulation results. Therefore, when checking the adequacy, our goal is to ensure the validity of hypotheses together and got to match exactly with the precision set out in setting our problem. The developed software can be used by scientists for calculations.*

*Keywords: mathematical model, adequacy, regression analysis, software.*

### Вступ

Розв'язання задач математичними методами здійснюється шляхом математичного формулювання задачі, вибору методу дослідження математичної моделі, аналізу отриманого результату. Математичне формулювання задачі уявляється у вигляді чисел, геометричних образів, функцій, систем рівнянь і т.п. Математична модель являє собою систему математичних співвідношень – формул, функцій, рівнянь, які описують об'єкт, що вивчається.

Математичне моделювання дозволяє виключити необхідність виготовлення громіздких фізичних моделей, пов'язаних з матеріальними витратами; скорочувати час визначення характеристик (особливо при розрахунку математичних моделей за допомогою програмного забезпечення); вивчати поведінку об'єкту моделювання при різних значеннях параметрів; аналізувати можливість застосування різних елементів; отримувати характеристики і показники, які складно отримувати експериментально.

### Постановка завдання

Математична модель являє собою опис об'єкту, що вивчається, поданий за допомогою математичної символіки. Після побудови кожної моделі постає питання про її придатність. Іншими словами, модель потребує перевірки на адекватність. Адекватність – ступінь відповідності результатів, отриманих при перевірці розробленої математичної моделі, даних експерименту чи тестової задачі. Перевірка потрібна для підтвердження правильності результатів моделювання. Таким чином, при перевірці на адекватність

наша ціль – переконатись в справедливості сукупності гіпотез та встановити відповідність отриманої точності з точністю, сформульованою при постановці нашої задачі.

### Основна частина

Адекватність моделі перевіряється за допомогою  $F$ -критерія Фішера.  $F$ -тестом називають будь-який статистичний критерій, тестова статистика якого при виконанні нульової гіпотези має розподіл Фішера. Критерій Фішера є дуже зручним при перевірці на адекватність математичних моделей, оскільки перевірку гіпотези можна звести до порівняння з табличним значенням. Подібність моделі та оригіналу є невід'ємною умовою адекватності моделювання [1], [2].

За ступенем відповідності параметрів моделі і оригіналу розрізняють подібності абсолютну і практичну (неабсолютну). Остання, в свою чергу, буває повною, неповною і наближеною.

При абсолютній подібності оригінал і модель структурно та фізично подібні; вони відрізняються лише значеннями параметрів, що характеризують елементи і зв'язки між ними. Процеси у моделі і оригіналі в цілому, так само як стани окремих елементів, описуються однаковими функціональними залежностями, що пропорційно відрізняються лише значеннями аргументів. Відтворення процесу на моделі здійснюється без жодних спотворень щодо оригіналу і відрізняється від нього лише масштабом.

Абсолютна подібність свідчить про тотожність явищ, яка є поняттям доволі абстрактним і реалізується на практиці виключно в геометричних побудовах та в окремих видах математичної подібності. В переважній більшості випадків розв'язання конкретних задач дослідник не має змоги працювати з явищами, схожими абсолютно у всіх деталях. Тому виникає потреба введення поняття практичної подібності, в межах якої розрізняють повну, неповну і наближену подібності.

Повна подібність – це подібність перебігу у часі та просторі тих процесів, які є суттєвими для цього дослідження і з достатньою повнотою характеризують досліджуване явище стосовно конкретної постановки задачі дослідження.

Неповна подібність – це подібність перебігу процесів лише в просторі чи лише в часі (наприклад, при подібності перебігу перехідних процесів у двох електричних лініях розподіл електричного поля може бути різним внаслідок різної геометрії дроту).

Наближена подібність характеризується існуванням спрощених допущень, які дозволяють вважати подібними відмінні процеси за рахунок свідомих спотворень деяких їх властивостей.

Відмінність значень виходу моделі та об'єкту може бути обумовлена наступними причинами:

- спрощеність моделі;

- похибка чисельних методів;  
 - похибка вимірювальних пристроїв;  
 - обчислювальна похибка, пов'язана з переходом між десятичною і двійковою системами числення та особливостями комп'ютерних обчислень.

Перевірка проводиться шляхом порівняння експериментально отриманих результатів з результатами табличних значень [3], [4]. Враховуючи масштаби розрахунків, доцільніше використовувати спеціальне програмне забезпечення [5], [6].

Припустимо, що при  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^i$  спостерігалися значення  $y_{i1}, \dots, y_{in_i}, i = 1, \dots, m$  ( $n = n_1 + \dots + n_m$ ). Нехай  $\hat{y}$  — оцінка функції регресії, тобто

$$\hat{y} = b_0 x_0 + \dots + b_{p-1} x_{p-1}.$$

Позначимо  $\hat{y}_i = \hat{y}(\mathbf{x}^i)$ ,  $\bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$  ( $i = 1, \dots, m$ ),

$$S_1^2 = \frac{1}{m-p} \sum_{i=1}^m n_i (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2, S_2^2 = \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2.$$

Тоді, якщо дисперсії  $u$  при кожному  $\mathbf{x}^i$  можна вважати рівними між собою та  $m > p$ , то відношення вигляду  $S_1^2 / S_2^2$  (варіант з сукупності так званих  $F$ -відношень) має розподіл Фішера  $F(m-p, n-m)$ , причому гіпотеза про адекватність моделі  $\hat{y}$  не приймається на рівні  $\alpha$ , якщо вказане відношення перевищує квантиль рівня  $1 - \alpha$  даного розподілу. У іншому випадку гіпотеза приймається.

Початкові дані – матрицю плану та відповідні значення вихідних змінних – будемо вводити з файлів. Розроблене програмне забезпечення виконує всі необхідні розрахунки за описаним алгоритмом.

### Висновки

Таким чином, розроблено програмний продукт, який допоможе науковцям здійснювати автоматизовану перевірку адекватності математичних моделей. Після успішної перевірки адекватності, модель може бути використана для подальшого дослідження об'єкта та прогнозування його поведінки.

### Література

1. Адлер Ю.П. и др. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Программированное введение в планирование эксперимента. – М.: Наука, 1971. - 254 с.
2. Бондарь А. Г., Статюха Г. А., Потяженко И. А. Планирование эксперимента при оптимизации процессов химической технологии. – Киев, Высшая школа, 1980, 264 с.
3. Сидняев Н. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. – М.: Юрайт, 2012, 400 с.

4. Адекватность и точность математических моделей. Верификация результатов моделирования [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://studopedia.ru/>
5. Stroustrup B. Programming: Principles and Practice Using C++ (2nd Edition). Addison-Wesley Professional, 2014. – 1312 p.
6. Мейерс С. Эффективный и современный C++. М.: Вильямс, 2016. – 304 с.

РЕЗАНОВА В.Г., АНДРОСЮК А.В.

## ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РЕАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ ПАКЕТ STATGRAPHICS

REZANOVA V. G., ANDROSIUK A.V.

### CONSTRUCTING MATHEMATICAL MODELS OF REAL PROCESSES USING STATGRAPHICS

*System properties can be described by different models. If you select the model, choose the type of dependence between  $x$  and  $y$ , recorded corresponding equation, it remains in the research factor area to plan and conduct an experiment to assess the numerical values of the coefficients of the equation.*

*The quality of the approximation model to the real object depends not only on experimental data, but the method of constructing the model. The article is dealing with building models using statistical software package Statgraphics Plus 5.0.*

*Keywords: mathematical model, regression analysis, statistical software, Statgraphics.*

### Вступ

Математична модель - це спрощений варіант дійсності, який використовується для вивчення її ключових властивостей. Чарльз Лейв і Джеймс Марч дають таке визначення моделі: "Модель - це спрощена картина реального світу. Вона володіє деякими, але не всіма властивостями реального світу. Вона являє собою безліч взаємопов'язаних припущень про світ. Модель простіше тих явищ, які вона за задумом відображає або пояснює".

### Постановка завдання

Останнім часом відбувається постійне розширення галузі застосування методів математичного планування експерименту. Ці методи з успіхом використовуються для підвищення ефективності експериментальних досліджень, пошуку оптимальних технологічних режимів виробничих процесів, вибору конструктивних параметрів виробу, складу багатокомпонентної суміші тощо. Експеримент необхідно поставити так, щоб при мінімальній кількості дослідів, варіюючи значення незалежних змінних за спеціально сформульованими правилами, побудувати математичну модель системи і знайти оптимальні значення властивостей системи.

Властивості системи можна описувати різними моделями. Якщо обрано модель, тобто обрано тип залежності  $y$  від  $x$  і записано відповідне рівняння, то залишається у відведеній для досліджень ділянці факторного