УДК 687.053

ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕМАТИКИ ДВОКРИВОШИПНОГО МЕХАНІЗМУ НИТКОПРИТЯГАЧА ШВЕЙНОЇ МАШИНИ ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИМ МЕТОДОМ

Безрядін В. М., маг., Дворжак В. М., к.т.н., доц.,
Київський національний університет технологій та дизайну, м. Київ,

Для дослідження кінематики шарнірно-важільних механізмів технологічних машин використовуються переважним чином аналітичні методи розрахунку, які характеризуються високою точністю результатів та можливістю автоматизації розрахунків з використанням сучасних прикладних комп'ютерних програм. Ці методи засновані на отриманні формальних математичних виразів, що описують функції положення, у вигляді функцій кутів повороту рухомих ланок або у вигляді функцій переміщення характерних точок механізму.

Недоліком існуючих аналітичних методів є складність складання математичних моделей відповідно до структури конкретного механізму. Крім того, при застосуванні деяких з відомих аналітичних методів потрібно враховувати так званий «дефект галуження» [1], який впливає на стабільність обчислення конкретного варіанту складання механізму, особливо при дослідженні двокривошипних чотириланкових механізмів.

Інструментом для дослідження плоских двокривошипних механізмів може бути відносно новий чисельно-аналітичний метод Драгілєва [2]. Суть методу полягає в складанні системи рівнянь геометричних в'язей механізму, приведенні цієї системи до системи диференціальних рівнянь з початковими умовами та чисельним розв'язком задачі Коші методом Рунге-Кутти [2].

Позначимо відомі параметри механізму: довжину ведучого кривошипа – l_{1_2}, довжину шатуна з відростком ниткопритягача – l_{2_3}, довжину веденого кривошипа – l_{4_3}, стояки – $P_1(P_{1X}, P_{1Y})$ та $P_4(P_{4X}, P_{4Y})$. Позначимо невідомі параметри механізму: координати центрів кінематичних пар ланок ведучий кривошип-шатун – (x_1, x_2), шатун-ведений кривошип – (x_3, x_4). Складаємо матрицю на основі системи рівнянь геометричних в'язей механізму:

$$f := \begin{pmatrix} (x_1 - P_{1X})^2 + (x_2 - P_{1Y})^2 - l_{1\_2}^2 \\ (x_3 - P_{4X})^2 + (x_4 - P_{4Y})^2 - l_{4\_3}^2 \\ (x_3 - x_1)^2 + (x_4 - x_2)^2 - l_{2\_3}^2 \end{pmatrix}.$$

Визначаємо якобіан матриці *f*:

$$J := 2 \cdot \begin{pmatrix} (x_1 - P_{1X}) & (x_2 - P_{1Y}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (x_3 - P_{4X}) & (x_4 - P_{4Y}) \\ (x_1 - x_3) & (x_2 - x_4) & (x_3 - x_1) & (x_4 - x_2) \end{pmatrix}.$$

На основі якобіану складаємо матрицю A параметрів при базових змінних $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3$ та матрицю B параметрів при вільній змінній $\dot{x}_4$:

$$A := 2 \cdot \begin{pmatrix} (x_1 - P_{1X}) & (x_2 - P_{1Y}) & 0 \\ 0 & 0 & (x_3 - P_{4X}) \\ (x_1 - x_3) & (x_2 - x_4) & (x_3 - x_1) \end{pmatrix},$$

$$B := 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ (x_4 - P_{4Y}) \\ (x_4 - x_2) \end{pmatrix} \cdot \dot{x}_4 .$$

За методом Крамера визначаємо додаткові матриці шляхом заміни елементів відповідного стовпчика матриці A елементами матриці B:

$$\Delta_1 := 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & (x_2 - P_{1Y}) & 0 \\ (x_4 - P_{4Y}) & 0 & (x_3 - P_{4X}) \\ (x_4 - x_2) & (x_2 - x_4) & (x_3 - x_1) \end{pmatrix} \cdot \dot{x}_4 ,$$

$$\Delta_2 := 2 \cdot \begin{pmatrix} (x_1 - P_{1X}) & 0 & 0 \\ 0 & (x_4 - P_{4Y}) & (x_3 - P_{4X}) \\ (x_1 - x_3) & (x_4 - x_2) & (x_3 - x_1) \end{pmatrix} \cdot \dot{x}_4 ,$$

$$\Delta_3 := 2 \cdot \begin{pmatrix} (x_1 - P_{1X}) & (x_2 - P_{1Y}) & 0 \\ 0 & 0 & (x_4 - P_{4Y}) \\ (x_1 - x_3) & (x_2 - x_4) & (x_4 - x_2) \end{pmatrix} \cdot \dot{x}_4 .$$

Приймаючи $\dot{x}_4 = |A|$, отримуємо розв'язок $Ax = B$ у вигляді чотирьох однорідних диференціальних рівнянь. До обчислювального блоку чисельного розв'язку в Mathcad за методом Рунге-Кутти записуються матриця $D(t,x)$, складена на основі отриманих диференціальних рівнянь, матриця початкових значень $X0: = (X0_1, X0_2, X0_3, X0_4)^T$ з відповідними елементами, що визначають початкові значення координат кінематичних пар механізму – x_1, x_2, x_3, x_4, та вбудована в Mathcad функція $rkfixed(X0, t_0, t_{max}, N, D)$, аргументами якої є матриці $D(t,x)$ та $X0$, інтервал розрахунку з початковим t_0 та кінцевим t_{max} значеннями та кількість кроків розрахунку N у вказаному інтервалі. Матриця $D(t,x)$ для механізму, що досліджується, визначається за таким виразом:

$$
D(t,x):=\begin{pmatrix}
8\begin{pmatrix} x_2^2(x_3-P_{4X})+P_{1Y}P_{4X}(x_2-x_4)\ldots \\ +P_{4Y}(P_{1Y}-x_2)(x_3-x_1)\ldots \\ +P_{1Y}(x_1x_4-x_2x_3)+x_2x_4(P_{4Y}-x_1) \end{pmatrix} \\
8\begin{pmatrix} x_1^2(x_4-P_{4Y})+P_{1X}P_{4Y}(x_1-x_3)\ldots \\ +P_{4X}(P_{1X}-x_1)(x_4-x_2)\ldots \\ +P_{1X}(x_2x_3-x_1x_4)+x_1x_3(P_{4Y}-x_2) \end{pmatrix} \\
8\begin{pmatrix} x_4^2(P_{1X}-x_1)+P_{1X}P_{4Y}(x_2-x_4)\ldots \\ +P_{1Y}(P_{4Y}-x_4)(x_3-x_1)\ldots \\ +P_{4Y}(x_1x_4-x_2x_3)+x_2x_4(x_3-P_{1X}) \end{pmatrix} \\
8\begin{pmatrix} x_3^2(P_{1Y}-x_2)+P_{1Y}P_{4X}(x_1-x_3)\ldots \\ +P_{1X}(P_{4X}-x_3)(x_4-x_2)\ldots \\ +P_{4X}(x_2x_3-x_1x_4)+x_1x_3(x_4-P_{1Y}) \end{pmatrix}
\end{pmatrix}.
$$

У результаті розв’язку ми отримаємо таблицю значень координат кінематичних пар x_1, x_2, x_3, x_4 відповідно до значень параметру t. Схемотехнічне моделювання двокривошипного механізму та отримання закону дійсної подачі нитки можна методом, описаним в роботі [3].

Список літератури

1. Кикин А. Б. Разработка методов и средств для структурно-кинематического проектирования рычажных механизмов машин легкой промышленности : дис. на здобуття наук. ступеня доктора техн. наук : спец. 05.02.13 «Машины, агрегаты и процессы (легкая промышленность)» / А. Б. Кикин. – СПб, 2006. – 362 с.

2. Иванов А. Б. Метод расчета рычажных механизмов: [Електронний ресурс] / Иванов А. Б., Селицкий Ф. И. Режим доступу: http://old.exponenta.ru/educat/systemat/selitskiy-ivanov/index.asp.

3. Орловський Б. В. Метричний синтез оберненого кулісного механізму ниткопритягувача швейної машини. Повідомлення 2 [електронний ресурс] / Б. В. Орловський, В. М. Дворжак, Є. С. Радченко // Технології та дизайн. – 2012. – № 1. – Режим доступу до журн.: http://www.nbuv.gov.ua/e-journals/td/2012_1/2012-1.html.

KINEMATICS CALCULATION FEEDER WITH TWO CRANKS THREAD FOR SEWING MACHINE NUMERICAL-ANALYTICAL METHOD

The numerical-analytical method for calculating the two-crank mechanism is considered, which consists in drawing up a system of equations for the geometric constraints of the mechanism, reducing this system to a system of differential equations with initial conditions and a numerical solution of the Cauchy problem.